#### DOI: 10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.180580

# 埋地管道 HEMP 响应的不确定度量化

## 刘 青<sup>1,2</sup> 王晨东<sup>2</sup> 李湛宇<sup>3</sup> 王英澜<sup>2</sup>

(1. 电力设备电气绝缘国家重点实验室(西安交通大学) 西安 710049
2. 西安科技大学电气与控制工程学院 西安 710054
3. 中国电力工程顾问集团西北电力设计院有限公司 西安 710075)

摘要 高空核爆电磁脉冲(HEMP)会在埋地油气管道上产生感应电流和感应电压,可能对 油气管道的测量监控装置及阴极保护系统产生影响。在耦合响应的计算中,有必要考虑参数变化 引起的响应的不确定性。传统的蒙特卡罗方法(MC)随着样本数量的增加,计算效率下降。该文 首先基于随机配点法(SC)和随机降阶法(SROM),构造了埋地管道电流和电压响应的不确定度 量化的计算模型;然后采用 HEMP 的 Bell 实验室波形,以入射仰角、入射方位角作为随机输入变 量,计算了埋地管道响应电流和响应电压的统计信息;之后以蒙特卡罗方法的计算结果为参考, 对比了 SC 和 SROM 两种方法的准确度和计算效率;最后基于 SC 方法研究了响应电流对输入参 数的敏感度。该研究结果可为埋地管道不确定度量化研究提供相关参考。

关键词: 高空核爆电磁脉冲 油气管道 随机配点法 随机降阶法 敏感度 中图分类号: TM15

## Uncertainty Quantification of Response of Buried Pipeline to High-Altitude Electromagnetic Pulse

Liu Qing<sup>1,2</sup> Wang Chendong<sup>2</sup> Li Zhanyu<sup>3</sup> Wang Yinglan<sup>2</sup> (1. State Key Laboratory of Electrical Insulation and Power Equipment Xi'an Jiaotong University Xi'an 710049 China 2. College of Electrical and Control Engineering Xi'an University of Science and Technology Xi'an 710054 China

3. Northwest Electric Power Design Institute Co. Ltd China Power Engineering Consulting Group Xi'an 710075 China)

**Abstract** High-altitude electromagnetic pulse (HEMP) can induce current and voltage on buried oil/gas pipelines, which may affect the monitoring devices and cathodic protection systems of oil and gas pipelines. In the calculation of the coupling response, it is necessary to consider the uncertainty of the response caused by the variation of the input parameters. The computational efficiency of the traditional Monte Carlo method will decrease with the increase of the sample size. Based on stochastic collocation method (SC) and stochastic reduced order models (SROM) method, the uncertainty quantification calculation model of current and voltage response of buried pipeline have been established in this paper. For the Bell Lab waveform of HEMP, taking incident angle and incident azimuth as random input variables, the statistical information of response current and voltage of buried pipeline has been calculated. Taking the calculation results of Monte Carlo method as reference, the accuracy and computational efficiency of the SC and SROM method have been compared. Finally, based on the SC

国家重点研发计划资助项目(2016YFC0800100)。

收稿日期 2018-04-11 改稿日期 2018-11-06

method, the sensitivity of the response current to the input parameters has been analyzed. The results of the study can provide relevant reference for the uncertainty quantification of buried pipelines.

**Keywords:** High-altitude electromagnetic pulse (HEMP), oil/gas pipelines, stochastic collocation method, stochastic reduced order models, sensitivity

## 0 引言

随着电磁环境的复杂化,影响传输线场线耦合 分析的随机变量增多。为了对耦合响应进行不确定 度量化,近年来概率和统计的方法在电磁兼容研究 领域得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。

对于不确定性问题的分析, 传统的方法是蒙特 卡罗(Monte Carlo, MC)方法,但是其计算效率会 随着样本数量的增加而显著下降。针对蒙特卡罗方 法效率低、计算成本高的缺点,近年来发展起来了 一些新的高效且计算结果良好的算法,如多项式混 沌展开法(Polynomial Chaos Expansion, PCE)、随 机配点法(Stochastic Collocation, SC)、随机降阶法 (Stochastic Reduced Order Models, SROM) 等。文 献[2-5]应用多项式混沌展开方法分析了导体传输线 耦合响应的不确定性; 文献[6]给出了 SC 插值点张 量积和稀疏网格的选取方法,并结合包含不确定变 量的代数方程和微分方程算例分析了方法的有效性; 文献[7]通过包含随机变量的代数方程和热方程式 算例对随机伽辽金投影、SC 方法和 SROM 方法进 行了对比; 文献[8]应用 SROM 方法对导线参数服从 正态分布时的串扰进行了分析; 文献[9]应用 SROM 方法对腐蚀电流密度进行了研究。

高空核爆电磁脉冲(High-altitude Electromagnetic Pulse, HEMP)频谱宽、作用范围广, 会在埋地金属 管道上产生感应电压、电流,可能对管道测量监控装 置及阴极保护系统产生影响。另外,油气管道由内到 外一般包括内涂层、钢管和绝缘涂层, 若感应电压过 高,有可能会击穿管道涂层,甚至会危及运行维护人 员的人身安全。目前,对于架空或埋地导体耦合的研 究大都集中于确定参数的输入,得到确定的响应结果 [10-16]。实际上,导体响应计算中输入变量的不确定性 总是存在的,这些不确定性因素导致输入变量偏离预 先设定值,因此由确定输入得到的确定性结果是不全 面的。总结以往对不确定性的研究可以发现,对于 SC 和 SROM 方法的研究主要集中于输入参数服从典型 分布的情况,而对参数服从非典型分布的情况还未进 行深入的研究。本文考虑了入射仰角服从非典型分布 的情况,构建了相应的正交多项式,并以其根作为 SC 方法的插值点,以埋地金属管道的电磁脉冲响应为 例,应用 SC 和 SROM 方法对埋地管道耦合响应进行 了不确定度量化,并分析了响应对输入参数的敏感 性。本文研究结果可为埋地导体耦合响应的不确定性 研究及其电磁脉冲防护提供相关参考。

## 1 埋地管道的传输线计算模型

图 1 为平面波激励埋地管道的示意图。本文 入射波采用 Bell 实验室标准的 HEMP 波形:  $E_0(t) = 52500(e^{-4 \times 10^6 t} - e^{-4.76 \times 10^8 t})$  (V/m)。图 1 中:  $E^{inc}$ 和  $H^{inc}$ 分别为入射波的电场和磁场分量;  $E^t$ 和  $H^t$ 分别为透射波的电场和磁场分量;  $k_i$ 、 $k_t$ 分别为入射 波和透射波的传播方向矢量;  $\alpha$ 、 $\phi$ 、 $\psi$ 分别为入射波 的极化角、方位角和仰角;  $\psi_t$ 为透射波传输角<sup>[17]</sup>;  $r_i$ 、 $R_i$ 分别为管道金属部分的内径、外径; R- $R_i$ 为管 道防腐层的厚度。







#### 埋地管道传输线方程的 Agrawal 形式可写为

$$\begin{cases} \frac{dV^{\text{sca}}(x)}{dx} + ZI(x) = E_x^{\text{t}}(x) \\ \frac{dI(x)}{dx} + YV^{\text{sca}}(x) = 0 \end{cases}$$
(1)

式中, $V^{sca}(x)$ 为沿管道的散射电压矢量,V;I(x)为沿管道的全电流矢量,A; $E_x^l(x)$ 为外界电场引起的电压激励源矢量,V/m,其计算可参考文献[18];Z为管道单位长度阻抗矩阵, $\Omega/m$ ;Y为管道单位长度

导纳矩阵, S/m。

各节点的电压、电流的表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{V}(0) = \frac{1}{2} (\boldsymbol{S} + \boldsymbol{T}_{u,v}) \cdot (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{\Gamma}_{u,v} \cdot \boldsymbol{S})^{-1} \cdot \boldsymbol{V}_{u}^{s}(L) \\ \boldsymbol{I}(0) = \frac{1}{2} \boldsymbol{Y}_{c} (\boldsymbol{S} - \boldsymbol{T}_{u,v}) \cdot (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{\Gamma}_{u,v} \cdot \boldsymbol{S})^{-1} \cdot \boldsymbol{V}_{u}^{s}(L) \end{cases}$$
(2)

式中, S 为传输线网络的散射超矩阵;  $\Gamma_{u,v}$  为传输 线的传播超矩阵;  $V_u^s(L)$  为激励源超矢量;  $Y_C$  为特 性导纳矩阵。各参数的求解可参考文献[19]。

单位长度串联阻抗 Z 包括管道内阻抗 Z<sub>1</sub>、管道防腐层阻抗 Z<sub>2</sub>和大地返回阻抗 Z<sub>3</sub>,管道单位长度等效电路如图 2 所示;单位长度并联导纳 Y 包括管道防腐层导纳 Y<sub>1</sub>和大地返回导纳 Y<sub>2</sub>。等效电路中各个部分的计算公式为<sup>[20-21]</sup>

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 \tag{3}$$

$$Z_{1} = \frac{1}{\pi \sigma_{w} (R_{i}^{2} - r_{i}^{2})}$$
(4)

$$Z_2 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R}{R_i}\right)$$
(5)

$$Z_{3} = \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \ln\left(\frac{1+\gamma_{g}R}{\gamma_{g}R}\right)$$
(6)

$$Y_{1} = \frac{2\pi}{\ln(R/R_{i})} \left(\frac{R-R_{i}}{R_{d}} + j\omega\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}\right)$$
(7)

$$Y_2 = \gamma_{\rm g}^2 \,/\, Z_3 \tag{8}$$

$$Y = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2}$$
(9)

式中, $\sigma_w$ 为管道电导率; $\varepsilon_r$ 为管道防腐层相对介电 常数; $R_d$ 为管道防腐层电阻率; $\mu_0$ 为真空磁导率;  $\varepsilon_0$ 为真空介电常数; $\gamma_g$ 为电磁脉冲在土壤中的传播 常数, $\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_g + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_g)}$ , $\sigma_g$ 为大地电导率,  $\varepsilon_g$ 为大地相对介电常数。



图 2 管道单位长度等效电路

Fig.2 Equivalent circuit of unit pipeline

本文中管道参数设置如下:管道钢材电阻率为 4×10<sup>-8</sup> $\Omega$ ·m,防腐层材料为三层聚乙烯,防腐层厚 度 3 mm,管道外半径 0.505 m,内半径 0.485 m,埋 深 2 m,大地电导率取典型值为 0.001 S/m,管道防 腐层相对介电常数为 2.3,防腐层电阻率为 10<sup>5</sup> $\Omega$ ·m<sup>2</sup>, 大地相对介电常数为 10,管道长度为 1 km,两端负 载分别用  $Z_{11}$ 和  $Z_{22}$ 表示。

## 2 入射角度的概率分布

考虑入射方向的对称性,电磁脉冲入射方位角在[0°,90°]内服从均匀分布,入射仰角在[0°,90°]内服从均匀分布,入射仰角在[0°,90°]内服从的累积概率分布函数为

$$F(\psi) = \left(1 + \frac{R_1}{H}\right) \sin\left(\psi + \arcsin\left(\frac{\cos\psi}{1 + H/R_1}\right)\right) - \frac{R_1}{H} \quad (10)$$

极化角为

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\sin\beta\sin\theta_{\rm b} - \cos\beta\cos\delta\cos\theta_{\rm b}}{-\sin\delta\cos\theta_{\rm b}}\right) \quad (11)$$

式中, 
$$\beta$$
为视角,  $\beta = \pi - \arcsin\left(\frac{R_1}{R_1 + H}\cos\psi\right)$ ;  $R_1$ 为

地球半径;H为辐射场源点距地面高度,取 100 km;  $\theta_b$ 为地磁倾角,取为 53°; $\delta$ 为场源方位角,设为 0°, 指入射平面与地磁南极的夹角<sup>[22]</sup>。

## 3 基于 SC 和 SROM 的管道耦合响应计算 步骤

#### 3.1 随机配点法的构造过程

随机配点法是将原方程表示成一组完备正交基的多项式组合,该多项式中包含一组相互独立的不确定参数,选择不确定参数的插值点进行组合,计算步骤如下:

1)根据变量分布的类型,确定该分布类型下的 正交多项式的基函数,具体构建方法如下:

设一维不确定参数为 ζ, ρ(ζ)为不确定参数的 概率密度函数,则第 m 项基底的形式可表示为

$$\varphi_m(\zeta) = \sum_{k=0}^m b_k^{(m)} \zeta^k \tag{12}$$

将各阶正交多项式基底的正交性应用到正交多项式  $\varphi_0(\zeta)$  和  $\varphi_1(\zeta)$ ,有

$$\int_{\Omega} b_0 \left( \sum_{k=0}^{1} b_k^{(1)} \zeta^k \right) \rho(\zeta) \mathrm{d}\zeta = 0$$
 (13)

将式(13)扩展至m阶正交多项式,并使最高

次项系数为1,则有

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \sum_{k=0}^{m} b_{k}^{(m)} \zeta^{k} \rho(\zeta) d\zeta = 0 \\ \int_{\Omega} \sum_{k=0}^{m} b_{k}^{(m)} \zeta^{k+1} \rho(\zeta) d\zeta = 0 \\ \vdots \\ \int_{\Omega} \sum_{k=0}^{m} b_{k}^{(m)} \zeta^{k+m-1} \rho(\zeta) d\zeta = 0 \\ b_{m}^{(m)} = 1 \end{cases}$$
(14)

不确定参数ζ的 k 阶原点矩的定义为

$$u_k = \int_{O} \zeta^k \rho(\zeta) \mathrm{d}\zeta \tag{15}$$

结合式(14)、式(15)可写为矩阵方程组的形式。

$$\begin{bmatrix} u_{0} & u_{1} & \dots & u_{m} \\ u_{1} & u_{2} & \dots & u_{m+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{m-1} & u_{m} & \dots & u_{2m-1} \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{0}^{(m)} \\ b_{1}^{(m)} \\ \vdots \\ b_{m-1}^{(m)} \\ b_{m}^{(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(16)

通过上述方程即可求出一维不确定参数<br /> *C*服从  $\rho(\zeta)$ 分布情况下,相应 m 阶正交多项式基底  $\varphi_m(\zeta)$ 的系数  $b_{\mu}^{(m)}(k=0,1,\dots,m)$ 。

2) 设 d 维变量  $W(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_d)$ , 第 i 个变量的正 交多项式基函数第(j+1)个根表示为  $\zeta_{i,i}$ (*i*=1,2,…,*d*, *j*=0,1,2,…,*n*),并作为插值点,则SC 选择的样本数 $n_{sc} = (n+1)^d$ ,将插值点组成的样本代 入到原方程,得到输出 $y(\zeta_{1,i},\zeta_{2,i},\cdots,\zeta_{d,i_d})$ ,其中 (*i*,*i*<sub>2</sub>,…,*i*<sub>d</sub> = 0,1,2,…,*n*); 当入射仰角和入射方位角为 随机变量时,则d为2,二维变量为 $W(\psi, \phi)$ ,将插 值点 $\psi_{i}$ 、 $\phi_{i}$ 组成的样本代入式(2),可得到此时的 电流、电压响应幅值。

3) 通过使用拉格朗日插值法进行插值,便可得 到拟合的多项式函数为

$$y(\zeta) = \sum_{i_{1}=0}^{n} \cdots \sum_{i_{d}=0}^{n} y(\zeta_{1,i_{1}}, \zeta_{2,i_{2}}, \cdots, \zeta_{d,i_{d}}) \prod_{k'=1}^{d} L_{i_{k'}}(\zeta_{k'}) \quad (17)$$
$$L_{i_{k'}}(\zeta_{k'}) = \prod_{\substack{j=0\\j\neq i_{k'}}}^{n} \frac{\zeta_{k'} - \zeta_{k',j}}{\zeta_{k',i_{k'}} - \zeta_{k',j}} \quad (18)$$

式中,  $L_{i_{k'}}$ 为第 k'个变量第( $i_{k'}$ +1)项的插值基函数。

对于本文由入射仰角和入射方位角组成的2维 变量, 电流和电压的拟合表达式为

$$\begin{cases} I(\psi, \phi) = \sum_{i_1=0}^{n} \sum_{i_2=0}^{n} I(\psi_{i_1}, \phi_{i_2}) L_{i_1}(\psi) L_{i_2}(\phi) \\ V(\psi, \phi) = \sum_{i_1=0}^{n} \sum_{i_2=0}^{n} V(\psi_{i_1}, \phi_{i_2}) L_{i_1}(\psi) L_{i_2}(\phi) \end{cases}$$
(19)

#### 3.2 随机降阶法构造过程

随机降阶法是用较少的点来最大程度地反映输入 不确定参数的分布规律,即用这些较少的点来代替蒙特 卡罗方法中巨大的样本集。选取小样本的步骤如下:

1)产生随机变量入射仰角和入射方位角的 n。个 相互独立的样本 ( $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ ), 其中  $\xi_{i'}(\psi_{i'}, \phi_{i'})$  $(i'=1,2,\cdots,n_s)$ ,  $\psi_{i'}$ 、  $\phi_{i'}$  分别为入射仰角和入射方位角 样本,样本数量 ns需要足够大,并能够反映出随机变 量入射仰角和方位角的联合概率密度分布情况。

2) 从 *n*s个独立的样本 (ξ<sub>1</sub>,ξ<sub>2</sub>,…,ξ<sub>n</sub>)中,选出 *m*s 个子样本 $(x_1, x_2, \dots, x_{m_s})$ ,  $m_s \ll n_s$ 。

3)将随机变量 n。个样本分成 m。个 Voronoi 区 域, 第 $k_s$ 个 Voronoi 区域 $\Gamma_k$  以 $x_k$  ( $k_s = 1, 2, \dots, m_s$ )为 中心,包含了 $(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_n)$ 中离子集样本 $x_k$ 比其他 样本  $x_{i'}(j' \neq k_{e}, 1 \leq j' \leq m_{e})$ 近的样本,进而可以计算 出样本 $\xi_{i'}(1 \leq i' \leq n_s)$ 到 $x_k$ 的欧式距离。

4) 令  $d^{(k_s)}$  代表在  $\Gamma_k$  区域中的所有样本与  $x_k$  的 总距离,然后可以计算出子样本与大样本的总距离, 表示为 $d_s = \sum_{s=1}^{m_s} d^{(k_s)}$ 。

5) 重复步骤 2) ~步骤 4),并选取总距离最小 的一组小样本(x1,x2,…,xm)为最优解。

6) 计算每个样本值对应的概率,在  $\Gamma_{k}(1 \leq k_{s} \leq m_{s})$ 区域中的样本数量记为 $n_{k}$ ,则样本  $x_k$ 的概率为  $p^{(k_s)} = n_k / n_s$ 。

通过上述步骤可以选出最优样本及其对应的概 率,将选出的样本 x, (i''=1,2,…,m,)代入式(2),得 到样本对应的电流和电压幅值 I;r、 V;r,得到输出结 果的样本集 $I(I_1, I_2, \dots, I_m)$ 和 $V(V_1, V_2, \dots, V_m)$ 。由于输 出电流和电压的概率与样本对应的概率相同, 电流 和电压幅值的平均值和方差的计算方式相同,电流 的平均值和方差分别为

$$E(I) = \sum_{k_{s}=1}^{m_{s}} p^{(k_{s})} I_{k_{s}}$$
(20)

$$\sigma_{I} = \sqrt{\sum_{k_{\rm s}=1}^{m_{\rm s}} p^{(k_{\rm s})} (I_{k_{\rm s}} - E(I))^2}$$
(21)

#### 3.3 计算结果及分析

本节计算先在频域中求出埋地管道终端的耦合

绝对值作为输出变量进行分析。 图 3 为管道末端电流的累积概率密度曲线, 图 中比较了 SC 方法、SROM 方法分别选取 9 个样本、 25 个样本、49 个样本与 MC (30 000 个样本)的计 算结果。可见, SC 方法的结果与 MC 的结果更接 近; SROM 方法的累积概率密度曲线呈阶梯状, 样 本数越多与 MC 的结果越接近。





 $(Z_{11}=Z_{22}=0)$ 

Fig.3 Comparison of cumulative probability density curves by the SC, SROM and MC method( $Z_{11}=Z_{22}=0$ )

图 4 分别给出了 SC 样本和 SROM 样本的分布 情况。从图 4 中可以看出,对于 SC 所用样本基本 遍布了整个样本空间,比较均匀;对于 SROM 所选 取的优化样本大多集中于样本出现概率较高的区域, 而在样本出现概率较低的区域较少。



以 MC 方法为参考,两种方法计算的平均值和标准差的相对误差如图 5 所示。由图 5 中可以看出,随着样本数的增大,两种方法的计算结果和 MC 方法的结果越接近;对于相同的误差,SC 方法所需的样本数更少,因此计算效率更高。另外,因为随着SC 方法所用样本数的增多,其样本中仰角的分布区

间会比 MC 方法 30 000 样本时的稍大,并且 SC 构 建完拟合表达式之后,采用的是蒙特卡罗积分近似 求解的平均值和标准差,分析认为这是造成在 64 样 本时误差有所增大的原因。一般在进行不确定度量 化时,样本数的选取可结合精度要求,只要结果符 合误差允许范围即可。



由 SC 方法和 SROM 方法的构建过程可知,对于本 文 SC 方法,当输入参数的分布类型确定之后,便可得 到相应的正交多项式的根作为插值点,进而根据拉格朗 日插值公式,确定其表达式;而 SROM 方法是根据欧式 距离最小来从大样本中选取小样本并作为最优样本,可 知其大样本的分布一般越集中越好。







voltage at the end by MC method

流和电压的概率密度曲线,可见,短路状态下最易 出现的末端电流幅值为 34.44 A 附近的区域,负载 匹配状态下最易出现的末端电压幅值为 540.3 V 附 近的区域。表 1、表 2 分别为两种情况下响应电流 的统计信息。表 2 中, *I*<sub>1m</sub>、*I*<sub>2m</sub>分别为首末端电流幅 值, *V*<sub>1m</sub>、*V*<sub>2m</sub>分别为首末端电压幅值。

表1 末端电流幅值的统计信息(Z11=Z22=0)

Tab.1 The statistical information of the amplitude of current at the end  $(Z_{11}=Z_{22}=0)$ 

(单位:	A)
------	----

方法	均值	标准差	下四分位数	中位数	上四分位数	最大值
MC	258.33	350.57	46.20	137.01	325.23	3190.59
SC9样本	258.44	351.11	43.54	137.48	329.12	3268.06
SC 25 样本	258.36	350.54	46.16	137.15	325.46	3187.17
SC 49 样本	258.35	350.55	46.15	137.09	325.36	3191.16

表 2 首末端电流和电压幅值的统计信息(负载匹配)

Tab.2 The statistical information of the amplitude of

current and voltage (match the load)

参数	均值	下四分位数	中位数	上四分位数	最大值	
$I_{1m}/A$	112.44	18.56	56.57	138.49	1 584.44	
$I_{2m}/A$	128.68	23.02	68.27	162.03	1 588.28	
$V_{1m}/kV$	4.123 6	0.679 5	2.081 5	5.100 4	57.406 6	
$V_{2m}/kV$	4.941 0	0.903 5	2.663 5	6.273 7	57.577 5	

通过统计得到末端电流响应最大值时的样本点, 此时仰角为1.2806 rad,方位角为1.5455 rad。经过仿 真给出了此时首末端电流的波形,如图7所示。由图 7中可以看出,首末端电流波形几乎重合,末端电流 与首端电流响应时间相差很小,这是因为此时仰角和 方位角较大,电磁波从首端传播到末端所用时间较小。





Fig.7 Waveform of maximum amplitude of response current( $Z_{11}=Z_{22}=0$ )

## 4 基于 SC 方法的参数敏感度分析

由插值法得到 d 维变量 $W(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_d)$ 的表达 式设为 $y(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_d)$ ,则变量 $\zeta_i$ 的灵敏度主指标 $S_i$ 和总指标 $S_{Ti}$ 根据方差分解可以分别定义为<sup>[23]</sup>

$$\begin{cases} S_{i} = \frac{D_{\zeta_{i}} \left( E_{\zeta_{-i}} \left( y / \zeta_{i} \right) \right)}{D(y)} \\ S_{Ti} = 1 - \frac{D_{\zeta_{-i}} \left( E_{\zeta_{i}} \left( y / \zeta_{-i} \right) \right)}{D(y)} \end{cases}$$
(22)

式中,  $D_{\zeta_i}(E_{\zeta_{-i}}(y/\zeta_i))$ 为 $\zeta_i$ 确定时输出响应的平均 剩余方差;  $D_{\zeta_{-i}}(E_{\zeta_i}(y/\zeta_{-i}))$ 为 $\zeta_{-i}$ 固定时的平均剩 余方差; D(y)为总体方差;  $\zeta_{-i}$ 为除变量 $\zeta_i$ 外的其 他所有输入变量。

本节结合 SC 方法对参数灵敏度进行分析,求 取过程可分为以下步骤:①根据输入变量的分布类 型生成两个 N×d 维的矩阵 (N 是样本的大小),分 别记为矩阵 A'、B,并且样本矩阵 A'、B 相互独立; ②将矩阵 A'的第 *i* 列放入到矩阵 B 的第 *i* 列产生新 的样本矩阵 C<sub>i</sub>,将矩阵 B 的第 *i* 列放入矩阵 A'的第 *i* 列产生新的样本矩阵 D'<sub>i</sub>;③以埋地管道响应电流 分析为例,将样本矩阵 A'、B、C<sub>i</sub>和 D'<sub>i</sub>代入构建的 SC 模型中,得到的输出电流分别记为 I<sub>A'</sub>、I<sub>B</sub>、I<sub>Ci</sub>、 I<sub>Di</sub>;④参数的主指标和总体贡献评估为

$$\begin{cases} S_{i} = \frac{\frac{1}{2N} \left( \sum_{j_{k''}=1}^{N} I_{A'}^{(j_{k''})} I_{C_{i}}^{(j_{k''})} + \sum_{j_{k''}=1}^{N} I_{B}^{(j_{k''})} I_{D_{i}^{'}(j_{k''})} \right) - (f_{0}^{''})^{2}}{\frac{1}{2N} \left( \sum_{j_{k''}=1}^{N} (I_{A'}^{(j_{k''})})^{2} + \sum_{j_{k''}=1}^{N} (I_{B}^{(j_{k''})})^{2} \right) - (f_{0}^{''})^{2}}{\frac{1}{2N} \left( \sum_{j_{k''}=1}^{N} I_{B}^{(j_{k''})} I_{C_{i}}^{(j_{k''})} + \sum_{j_{k''}=1}^{N} I_{A'}^{(j_{k''})} I_{D_{i}^{'}}^{(j_{k''})} \right) - (f_{0}^{''})^{2}}{\frac{1}{2N} \left( \sum_{j_{k''}=1}^{N} (I_{A'}^{(j_{k''})})^{2} + \sum_{j_{k''}=1}^{N} (I_{B}^{(j_{k''})})^{2} \right) - (f_{0}^{''})^{2}}{\frac{1}{2N} \left( \sum_{j_{k''}=1}^{N} (I_{A'}^{(j_{k''})})^{2} + \sum_{j_{k''}=1}^{N} (I_{B}^{(j_{k''})})^{2} \right) - (f_{0}^{''})^{2}}}$$
(23)

式中, 
$$(f_0'')^2 = \frac{1}{2N} \sum_{j_{k'}=1}^{N} \left( I_{A'}{}^{(j_{k'})} I_B{}^{(j_{k'})} + I_{C_i}{}^{(j_{k'})} I_{D'_i}{}^{(j_{k'})} \right)$$
。

以 SC 每维变量选取三个高斯点所构建的表达 式进行分析,管道两端负载 Z<sub>11</sub>=Z<sub>22</sub>=0 时得到的电 流响应函数为

$$I(\psi,\phi) = 790.52\psi^{2}\phi^{2} - 1\ 986.76\psi^{2}\phi - 1\ 942.09\psi\phi^{2} + 42.77\psi^{2} + 5\ 680.92\psi\phi - (24)$$
$$125.19\psi + 3.64\phi^{2} - 9.54\phi + 0.24$$

图 8 为 N 为 30 000 时末端电流幅值对不同参数的敏感度。可以看出,通过参数的敏感度指标的比较,可以给出仰角和方位角对末端电流响应的重要性排序:仰角大于入射方位角。其中仰角的敏感度总指标为 0.890 8,远大于入射方位角的敏感总指标 0.266 3,可以看出入射方位角的不确定性对末端电流响应的影响较小。



Fig.8 Sensitivity of amplitude of terminal current to different parameters

对于 SC 方法构建的随机响应面,维数和插值 点越多,SC 所构建的表达式越复杂,并且构建表达 式所用样本数也会显著增加。因此,基于 SC 方法 求解参数敏感度比较适用于插值点数较少和维数较 低时的情况。

### 5 结论

本文将入射仰角和方位角看作随机输入变量, 基于随机配点法和随机降阶法对埋地管道响应电流 和电压进行了不确定度量化。

1) 以 MC 方法 30 000 个输入样本的计算结果 为参考,随机配点法的样本数大于 9 就可以将响应 电流幅值的均值和标准差误差降至 0.1%以内,而 随机降阶法样本数大于 150 才可能将误差降至 5% 之内。

2) 两端负载短路时末端电流幅值在 34.44 A 附

近的区域最易出现,并且在 325.23 A 以下的概率为 75%; 两端负载匹配时末端电压幅值最易出现在 540.3 V 附近; 通过统计得到响应最大时的样本点, 当仰角为 1.280 6 rad、方位角为 1.545 5 rad 时, 末 端电流幅值出现最大值。

3)基于 SC 方法可以方便地计算出输出变量对 输入参数的敏感度。本文算例中,响应电流幅值对 仰角的敏感度大于对方位角的敏感度。

#### 参考文献

 [1] 卢斌先,郝晓飞,罗艳华,等.HEMP场激励下交直 流高压输电线耦合响应概率分布[J].电工技术学 报,2011,26(1):141-145.

Lu Binxian, Hao Xiaofei, Luo Yanhua, et al. Probability distribution of coupling responses of HVAC and HVDC externally excited by HEMP[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(1): 141-145.

[2] 李湛宇,董宁,纪锋,等.基于多项式混沌方法的 场线耦合响应不确定度量化[J].强激光与粒子束, 2017,29(11):1-6.

> Li Zhanyu, Dong Ning, Ji Feng, et al. Uncertainty quantification analysis of random field coupling to transmission lines based on polynomial chaos expansion method[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2017, 29(11): 1-6.

- [3] Manfredi P, Canavero F G. Polynomial chaos representation of transmission-line response to random plane waves[C]// International Symposium on Electromagnetic Compatibility-EMC EUROPE, Rome, Italy, 2012: 1-6.
- [4] Stievano I S, Manfredi P, Canavero F G. Parameters variability effects on multiconductor interconnects via hermite polynomial chaos[J]. IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology, 2011, 1(8): 1234-1239.
- [5] Manfredi P, Canavero F G. Polynomial chaos for random field coupling to transmission lines[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2012, 54(3): 677-680.
- [6] Xiu Dongbin. Efficient Collocational approach for parametric uncertainty analysis[J]. Communications in Computational Physics, 2007, 2(2): 293-309.
- [7] Field Jr R V, Grigoriu M, Emery J M. On the efficacy

of stochastic collocation, stochastic Galerkin, and stochastic reduced order models for solving stochastic problems[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2015, 41: 60-72.

- [8] Fei Zhouxiang, Huang Yi, Zhou Jiafeng, et al. Uncertainty quantification of crosstalk using stochastic reduced order models[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2017, 59(1): 228-239.
- [9] Sarkar S, Warner J E, Aquino W, et al. Stochastic reduced order models for uncertainty quantification of intergranular corrosion rates[J]. Corrosion Science, 2014, 80: 257-268.
- [10] Zhang Juqiu, Liang Zhishan. Effects of high-altitude electromagnetic pulse on buried pipeline[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2017, 55(4): 507-522.
- [11] 刘青,谢彦召.高空电磁脉冲作用下埋地电缆的瞬态响应规律[J].高电压技术,2017,43(9):3014-3020.
  Liu Qing, Xie Yanzhao. Transient response law of buried cable to high altitude electromagnetic pulse[J].
  High Voltage Engineering, 2017, 43(9): 3014-3020.
- [12] 周星, 王川川, 朱长青, 等. 外场辐照下埋地电缆 瞬态响应规律研究[J]. 高压电器, 2013, 49(12): 7-12.
  Zhou Xing, Wang Chuanchuan, Zhu Changqing, et al. Transient induction response law of buried cable excited by external electromagnetic field[J]. High Voltage Apparatus, 2013, 49(12): 7-12.
- [13] 文刚,姜勤波,齐世举,等.非均匀土壤中埋地电缆 HEMP 响应研究[J].核电子学与探测技术,2015,35(7):716-720.

Wen Gang, Jiang Qinbo, Qi Shiju, et al. Response analysis of buried cable excited by HEMP in nonhomogeneous earth[J]. Nuclear Electronics & Detection Technology, 2015, 35(7): 716 -720.

[14] 王川川,朱长青,周星,等.有限长度埋地多导体 电缆对外界电磁场响应特性分析[J].高电压技术, 2012, 38(11): 2836-2842.
Wang Chuanchuan, Zhu Changqing, Zhou Xing, et al. Response analysis on buried multiconductor cable with finite length to external electromagnetic field[J].

- High Voltage Engineering, 2012, 38(11): 2836-2842. [15] 文刚,齐世举,姜勤波,等.大地水平分层电导率
- 对架空线缆 HEMP 响应的影响[J]. 电工技术学报,

2016, 31(1): 91-95.

Wen Gang, Qi Shiju, Jiang Qinbo, et al. Impact of horizontal stratified earth conductivity on overhead cable HEMP responses[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(1): 91-95.

[16] 刘连光,张鹏飞,王开让,等.地磁暴侵害油气管
道的管地电位效应[J].电工技术学报,2016,31(9):
68-74.

Liu Lianguang, Zhang Pengfei, Wang Kairang, et al. PSP interference effect of geomagnetic storm on buried pipelines[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(9): 68-74.

- [17] 刘青,徐婷,韩康康,等. 电磁脉冲在地上及地下的传播规律[J]. 高压电器, 2017, 53(1): 51-56.
  Liu Qing, Xu Ting, Han Kangkang, et al. Propagation law of electromagnetic pulse on the ground and underground[J]. High Voltage Apparatus, 2017, 53(1): 51-56.
- [18] Tesche F M, Ianoz M V, Karlsson T. EMC analysis methods and computational models[M]. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [19] 王庆国,周星,李许东.基于 BLT 方程的传输线网
   络时域响应仿真方法[J].高电压技术,2012,38(9):
   2205-2212.

Wang Qingguo, Zhou Xing, Li Xudong. BLT equation based time-domain simulation method of transmission line networks responses to electromagnetic pulse[J]. High Voltage Engineering, 2012, 38(9): 2205-2212.

- [20] 孙蓓云,崔志同,周辉,等. 埋地电缆高空电磁脉 冲耦合响应[J].现代应用物理, 2014, 5(4): 269-274.
  Sun Beiyun, Cui Zhitong, Zhou Hui, et al. Coupling effects of HEMP on buried cables[J]. Modern Applied Physics, 2014, 5(4): 269-274.
- [21] 齐磊,原辉,崔翔. 埋地金属管与架空电力线路并 行时管道饱和平行长度及最大金属电位计算[J]. 高电压技术, 2011, 37(10): 2601-2606.
  Qi Lei, Yuan Hui, Cui Xiang. Calculation of critical length and maximum metal voltage for underground metal pipeline in parallel with the overhead power transmission line[J]. High Voltage Engineering, 2011, 37(10): 2601-2606.
- [22] Ianoz M, Nicoara I C, Radasky W A. Modeling of an EMP conducted environment[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1996, 38(3): 400-413.
- [23] Yun Wanying, Lu Zhenzhou, Zhang Kaichao, et al. An efficient sampling method for variance-based sensitivity analysis[J]. Structural Safety, 2017, 65: 74-83.

#### 作者简介

刘 青 女,1978年生,副教授,研究方向为电力系统电磁暂态分析。E-mail: liuqing623nn@163.com(通信作者)

王晨东 男,1991年生,硕士研究生,研究方向为电磁场对埋地导体的耦合计算及响应不确定性分析。

E-mail: 528723929@qq.com

(编辑 赫蕾)