

永磁同步电机直接驱动柔性负载控制方法

丁有爽 肖 燦

(电力系统及大型发电设备安全控制和仿真国家重点实验室(清华大学) 北京 100084)

摘要 针对太阳能帆板驱动系统中,由于步进电机的步进运动与帆板自身的柔性相互耦合而产生的谐振问题,提出使用永磁同步电机(PMSM)直接驱动柔性负载的方法。根据Lagrange原理,得到柔性负载动力学模型,并与PMSM数学模型结合,得到PMSM驱动柔性负载系统的数学模型。采用双闭环矢量控制策略对PMSM驱动柔性负载系统进行控制,得到此时电流环及转速环开环传递函数。通过与传统PMSM驱动刚性负载系统对比,分析负载柔性对电流环和转速环控制特性的影响。在此基础上,分别使用极点配置方法和传统PI调节器参数确定方法,对控制器中PI调节器参数进行了整定。仿真和实验结果验证了上述分析及参数整定方法的有效性。

关键词: 永磁同步电机 柔性负载 控制器设计 极点配置

中图分类号: TM341

Control Strategies of Flexible Load Driven Directly by Permanent Magnet Synchronous Motor

Ding Youshuang Xiao Xi

(State Key Lab of Security Control and Simulation of Power Systems and Large Scale Generation Equipment Tsinghua University Beijing 100084 China)

Abstract As for the resonance problem brought by the coupling between the stepping movement of the stepping motor and the flexibility of the solar array in the conventional solar array drive system, permanent magnet synchronous motor (PMSM) is proposed to drive the flexible load. Then based on Lagrange principle, the dynamic equation of the flexible load is derived. Combined with the mathematical model of PMSM, the mathematical model of the system that flexible driven directly by PMSM is built. Then the flexible driven system is controlled via closed-loop field orientation control strategy, and the open loop transfer function of current loop and speed loop is derived. Compared with the rigid load PMSM driven system, the influence of the flexibility on the current loop and the speed loop is analyzed. Two kinds of PI parameter tuning method, i.e. the pole placement method and the traditional method based on type II system, are proposed. Finally, simulation and experimental results have verified the parameter tuning method and the analysis process.

Keywords: Permanent magnet synchronous motor, flexible load, controller design, pole placement

0 引言

在工业机器人、航天机构驱动等运动控制系统中,为降低自身质量,通常采用结构轻、自重比高的结构材料。这些结构在运动中会产生明显的形变,

并引起相应的应力,具有典型的柔性负载特征。柔性负载特征给运动控制系统带来许多问题,如引起谐振、降低控制精度甚至导致系统失稳。伺服系统中常见的柔性负载有传递旋转运动的齿轮箱、减速器等,也有尺寸较大的柔性部件,如工业机器人的柔性机械臂、自动化设备中的柔性连杆、航天器中的柔性太阳能帆板等柔性连杆结构。

柔性关节系统一般通过将其等效为双惯量系统

国家自然科学基金资助项目(51577095)。

收稿日期 2015-10-30 改稿日期 2016-02-03

进行建模^[1]。针对由于柔性关节引起的谐振问题，许多学者基于双惯量系统模型提出了多种控制方法，包括频率陷波器、低通滤波器等被动控制方法以及状态反馈等主动控制方法，并取得了良好的控制效果^[2-4]。双惯量系统可以准确描述柔性关节系统，却无法描述柔性连杆系统；而且仅能描述系统一阶模态所引起的谐振，而无法描述柔性连杆系统中常见的高阶模态。

针对柔性连杆系统中负载挠性的描述，一般需要利用拉格朗日原理对其进行动力学建模。针对由于柔性连杆引起的谐振问题，目前研究较少，仅一部分学者从柔性机械臂、柔性太阳能帆板的角度提出了一些控制方法，如鲁棒控制、输入整形控制和自适应控制，但这些控制方法一般较为复杂，很难应用于实际系统中^[5-7]。

针对柔性负载驱动系统中伺服电机的选择，步进电机由于尺寸小、重量轻、容易开环控制等特点，被广泛应用于柔性负载的驱动中，但其步进运动容易激起柔性负载的振动，严重时甚至导致负载停转^[8-12]。

永磁同步电机（Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM）具有结构简单、损耗小、效率高、可靠性高等优点^[13-17]。同时，稀土永磁材料具有高磁能积的特性，其在永磁电机中的应用大大减小了永磁电机的尺寸和体积。因而，永磁同步电机在机械臂、太阳能帆板驱动等柔性负载驱动领域具有重要的应用潜力，本文以 PMSM 取代步进电机，对柔性负载进行驱动控制。

本文首先根据 Lagrange 原理建立了 PMSM 直接驱动柔性连杆负载的数学模型，所得到的系统模型将电机驱动器和柔性负载相互结合，并且考虑了多阶振动模态。进一步地，根据系统模型，分析了负载柔性对电机控制特性的影响。在此基础上，采用双闭环矢量控制策略，分析了考虑负载柔性后电流环和转速环特性。分别采用配置方法和基于典型 II 型系统的参数确定方法，对 PMSM 驱动柔性负载系统 PI 调节器参数进行了整定。相对传统不考虑负载柔性时，基于典型 II 型系统参数的确定方法采用极点配置方法，可明显提高控制器对谐振的抑制能力。使用 Simulink 和电机对拖平台对上述分析过程和极点配置方法进行了验证，仿真和实验结果验证了方法的有效性。

1 系统数学模型

1.1 PMSM 数学模型

在功率不变的原则下，表贴式 PMSM 在 dq 坐

标系的数学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{p_n \omega L_q}{L_d} \\ -\frac{p_n \omega L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{u_q - p_n \omega \psi_r}{L_q} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中， u_d 、 u_q 分别为定子侧 d、q 轴电压； i_d 、 i_q 分别为定子侧 d、q 轴电流； R_s 为定子侧电枢电阻； ω 为转子机械角转速； L_d 、 L_q 为定子 d、q 轴电感； ψ_r 为转子永磁体磁链； p_n 为转子极对数。

电磁转矩为

$$T_m = p_n [\psi_r i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2)$$

1.2 柔性连杆数学模型

PMSM 直接驱动柔性负载系统如图 1 所示。图中， $u(x,t)$ 为柔性负载在 x 处的挠度； $\theta(t)$ 为伺服电机转轴的转角。

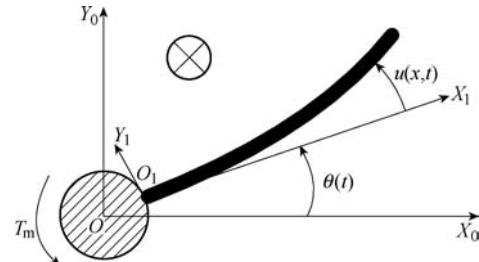


图 1 PMSM 直接驱动柔性负载系统

Fig.1 System of flexible manipulator driven by PMSM

建模过程中，可将上述系统等效为中心刚体-悬臂梁系统。当该系统作大范围运动时，柔性梁的横向弯曲振动明显，纵向振动相对可忽略不计，因此，一般不考虑纵向变形的影响。在建模过程中，将其等效为欧拉-伯努利梁，即假设：①只考虑横向振动，忽略轴向变形和剪切形变；②横向振动为小变形；③悬臂梁长度远大于其截面尺寸。

在柔性连杆上建立两个坐标系，动态坐标系 $X_1O_1Y_1$ 和静态坐标系 X_0OY_0 。对于柔性连杆上任意一点，当柔性连杆发生弹性形变时，其在动态坐标系中的位置 $u(x,t)$ ，即为悬臂梁在 x 处的挠度。根据振动理论，挠度可表示为

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \eta_i(t) = \boldsymbol{\phi}(x)^T \boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

式中， $\boldsymbol{\phi}(x)$ 为模态函数矩阵； $\boldsymbol{\eta}$ 为模态坐标矩阵。

同时，根据振动理论，欧拉-伯努利梁的横向振动方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (4)$$

式中, EI 为梁的抗弯刚度; ρ 为单位长度梁的质量; $p(x,t)$ 为作用在梁上的分布力。

悬臂梁的边界条件为

$$\begin{cases} u(0,t) = 0 \\ \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0 \\ EI \frac{\partial u^2(l,t)}{\partial x^2} = 0 \\ EI \frac{\partial u^3(l,t)}{\partial x^3} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, l 为悬臂梁的长度。

接下来, 对振动模态 $\phi(x)$ 进行求解, 不考虑外界作用力 $p(x,t)$, 将式 (5) 整理为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right) + \rho \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

利用分离变量法进行求解, 假设 $u(x,t) = \phi(x)\eta(t)$, 将其代入式 (6) 可得

$$\frac{\ddot{\eta}(t)}{\eta(t)} = -\frac{(EI\phi''(x))''}{\rho\phi(x)} \quad (7)$$

式 (7) 中左边与 x 无关, 右边与 t 无关, 只可能等于常数, 记作 $-\omega^2$, 得到

$$\begin{cases} \ddot{\eta}(t) + \omega^2 \eta(t) = 0 \\ (EI\phi''(x))'' - \omega^2 \rho\phi(x) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

整理可得

$$\phi'''(x) - \frac{\omega^2 \rho}{EI} \phi(x) = \phi'''(x) - \beta^4 \phi(x) = 0 \quad (9)$$

式中, $\phi'''(x)$ 代表 $\phi(x)$ 的四阶导数。

根据式 (9) 即可确定悬臂梁弯曲振动的模态函数和频率。

假设

$$\phi(x) = e^{\lambda x} \quad (10)$$

可得本征方程为

$$\lambda^4 - \beta^4 = 0 \quad (11)$$

根据式 (10) 和式 (11) 即可求得系统各阶阵型模态 $\phi_i(x)$ 。实际上, 高阶模态不易被激发, 因此通常对模态进行截断, 取前 N 阶模态进行研究, 即

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) \eta_i(t) = \phi(x)^T \eta \quad (12)$$

柔性连杆在水平面内的运动可看作是大范围刚体运动和小范围弹性变形运动的叠加, 因此, 其上任意一点的位置坐标 (X, Y) 可表示为

$$\begin{cases} X = x \cos \theta - u(x,t) \sin \theta \\ Y = x \sin \theta + u(x,t) \cos \theta \end{cases} \quad (13)$$

柔性连杆的动能为

$$T = \frac{1}{2} \rho A \int_0^l (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) dx \quad (14)$$

式中, ρ 为悬臂梁的材料密度; A 为悬臂梁横截面积。

假设柔性连杆在水平面内运动, 其势能仅由弹性变形产生。弹性势能为

$$V = \frac{1}{2} EI \int_0^l \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \quad (15)$$

将式 (14)、式 (15) 代入拉格朗日方程可得

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (16)$$

式中, q_1 为伺服电动机机械角度, q_i ($i=2, 3, \dots, n+1$) 为柔性连杆第 i 阶模态坐标。

最终整理可得

$$\begin{cases} \rho A \ddot{\theta} \int_0^l x^2 dx + \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\eta}_i \rho A \int_0^l x \phi_i(x) dx = T_m \\ \rho A \ddot{\theta} \int_0^l x \phi_i(x) dx + \ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = 0 \end{cases} \quad (17)$$

进一步假设柔性连杆转动惯量和模态频率分别为

$$I_a = \rho A \int_0^l x^2 dx \quad (18)$$

$$\Omega = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2) \quad (19)$$

各阶振动模态与电机轴转动之间的刚柔耦合系数为

$$F_a = [F_{a1}, F_{a2}, \dots, F_{an}]^T \quad (20)$$

其中

$$F_{ai} = \rho A \int_0^l x \phi_i(x) dx \quad i=1, 2, \dots, N \quad (21)$$

则可以得到柔性连杆伺服电机驱动系统动力学方程为

$$\begin{cases} I_a \ddot{\theta} + F_a \ddot{\eta} = T_m \\ \ddot{\eta} + 2\xi\Omega\dot{\eta} + \Omega^2 \eta + F_a^T \ddot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

式中, ξ 为阻尼系数矩阵。

取 $x_1 = \theta, x_2 = \eta, x_3 = \omega, x_4 = \dot{\eta}$, 此时, 系统状态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{F_a \Omega^2}{I_a - F_a F_a^T} x_2 + \frac{2F_a \xi \Omega}{I_a - F_a F_a^T} x_4 + \frac{1}{I_a - F_a F_a^T} T_m \\ \dot{x}_4 = I_a \frac{\Omega^2}{F_a^T F_a - I_a I_{n \times n}} x_2 + I_a \frac{2\xi \Omega}{F_a^T F_a - I_a I_{n \times n}} x_4 + \frac{F_a^T}{F_a^T F_a - I_a I_{n \times n}} T_m \end{cases} \quad (23)$$

如果仅考虑 1 阶模态, 那么模态耦合系数向量 F_a 和谐振频率矩阵 Ω 将变为标量。可得到简化后的柔性连杆伺服系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{F_a \Omega^2}{I_a - F_a^2} x_2 + \frac{2\xi F_a \Omega}{I_a - F_a^2} x_4 + \frac{1}{I_a - F_a^2} T_m \\ \dot{x}_4 = -\frac{I_a \Omega^2}{I_a - F_a^2} x_2 - \frac{2\xi I_a \Omega}{I_a - F_a^2} x_4 - \frac{F_a}{I_a - F_a^2} T_m \end{cases} \quad (24)$$

系统的传递函数为

$$\frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{s \left(I_a - \frac{s^2 F_a^2}{s^2 + 2\xi \Omega s + \Omega^2} \right)} \quad (25)$$

在式 (22) 所描述的动力学方程中, 参数 Ω 表示系统谐振频率, 而 F_a 则可以表示每一阶模态频率的谐振程度, 通过系统模型和参数可以很容易地观察系统谐振状况。另外, 可通过简单地增加参数 Ω 和 F_a 的阶次, 描述含有更高阶谐振频率的系统。

1.3 PMSM 直接驱动柔性负载数学模型

观察 1.1 和 1.2 节中 PMSM 和柔性负载的数学模型, 可看出, 在 PMSM 直接驱动柔性负载系统中, PMSM 的电磁转矩作为柔性负载的驱动转矩驱动柔性负载, 柔性负载的位置角度反过来影响 PMSM 电流环方程。因而, 按照上述思路, 将 PMSM 数学模型式 (1) 与柔性负载的数学模型式 (22) 结合, 可

得到 PMSM 直接驱动柔性负载的状态方程。

在高性能 PMSM 驱动系统中, 一般使用隐极式 PMSM。由于直轴和交轴电感相等, 因而, 上述 PMSM 数学模型式 (1) 可以适当简化。同时, 对于 PMSM 矢量控制系统, 一般采用 d 轴电流为 0 的控制策略。因而, 进一步地, 可以略去 PMSM 数学模型中第一个方程。另外, 由于在柔性负载中, 相对高阶模态, 第 1 阶模态对系统性能的影响大得多, 因而, 本文仅考虑 1 阶模态。

根据式 (1) 和式 (24), 假设状态变量为

$$x = [i_q \ \omega \ \eta \ \dot{\eta}]$$

可以得到此时 PMSM 驱动柔性负载状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_q \\ \dot{\omega} \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{\psi_r}{L_s} & 0 & 0 \\ \frac{p_n^2 \psi_r}{I_a - F_a^2} & 0 & \frac{p_n F_a \Omega^2}{I_a - F_a^2} & \frac{2p_n \xi \Omega F_a}{I_a - F_a^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{F_a p_n \psi_r}{F_a^2 - I_a} & 0 & \frac{I_a \Omega^2}{F_a^2 - I_a} & \frac{2\xi \Omega I_a}{F_a^2 - I_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \omega \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_q \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{p_n T_L}{I_a - F_a^2} \\ 0 \\ \frac{F_a T_L}{F_a^2 - I_a} \end{bmatrix} \quad (26)$$

2 PMSM 直接驱动柔性负载控制特性

根据式 (26), 可得到 PMSM 直接驱动柔性负载转速环和电流环开环传递函数分别为

$$\frac{\omega(s)}{i_q(s)} = \frac{p_n^2 \psi_r}{s \left(I_a - \frac{s^2 F_a^2}{s^2 + 2\xi \Omega s + \Omega^2} \right)} \quad (27)$$

$$\frac{i_q(s)}{u_q(s)} = \frac{1}{L_s s + R_s + \frac{p_n^2 \psi_r^2}{s \left(I_a - \frac{s^2 F_a^2}{s^2 + 2\xi \Omega s + \Omega^2} \right)}} \quad (28)$$

按照 PMSM 双闭环矢量控制策略, 使用 PI 调节器进行控制, 那么系统的控制框图如图 2 所示。接下来分别对负载柔性对电流环和转速环控制特性的影响进行分析。

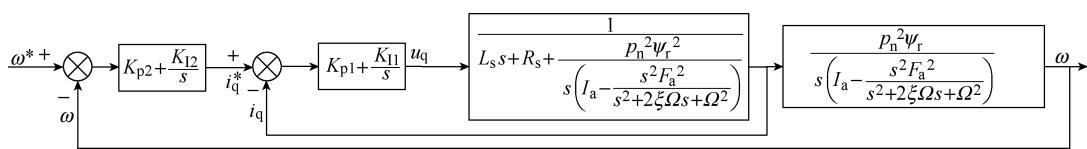


图2 系统控制框图

Fig.2 Control block diagram of system

2.1 电流内环控制特性

对于刚性负载，电流环开环传递函数为

$$G(s) = \frac{\frac{s}{L_s}}{s\left(\frac{R_s}{L_s} + \frac{P_n^2\psi_r^2}{I_a L_s}\right)} = \frac{1}{L_s s + R_s + \frac{P_n^2\psi_r^2}{s I_a}} \quad (29)$$

而对于柔性负载，电流环内环开环传递函数见式(28)。式(28)与式(29)相比，其差别在于分母中的第三项，即电流环中的转速耦合项部分。接下来单独对其进行分析。

设

$$H(s) = \frac{s^2(1 - F_a^2/I_a) + 2\xi\Omega s + \Omega^2}{s^2 + 2\xi\Omega s + \Omega^2}$$

系统参数见表1，此时 $H(s)$ 开环频率特性如图3所示。从图3可看出，负载柔性对电流环的影响是在柔性负载的振动频率处，引起电流内环幅值衰减和相位变化。电流内环的开环伯德图如图4所示。

表1 系统参数

Tab.1 System parameters

参 数	数 值
电机极对数 p	4
永磁磁链 ψ_r/Wb	0.25
交轴电感 L_q/mH	1.92
直轴电感 L_d/mH	1.92
电枢电阻 R/Ω	0.605
供电电压 V_{dc}/V	220
柔性负载转动惯量 $I_a/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.0139
帆板转动与柔性的耦合系数 F_a	0.1111
阻尼系数 ζ	0.005
模态频率 Ω/Hz	66

由图4可看出，柔性负载的影响是在柔性模态振荡频率处，引起了开环传递函数幅值的突然衰减和相位的突然变化。但是，由于柔性负载的振动频率与电流环带宽差别较大，因而，柔性对PMSM电流环的影响较小。

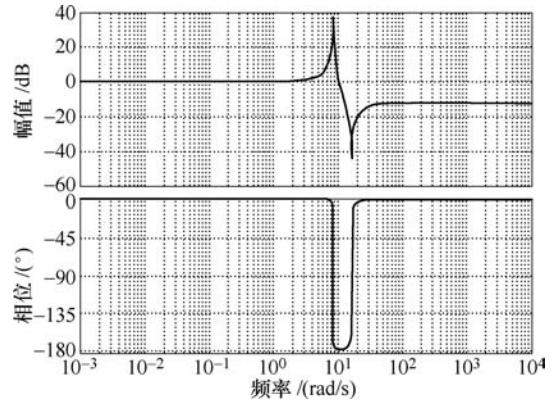


图3 柔性负载的影响

Fig.3 Influence of the flexible load

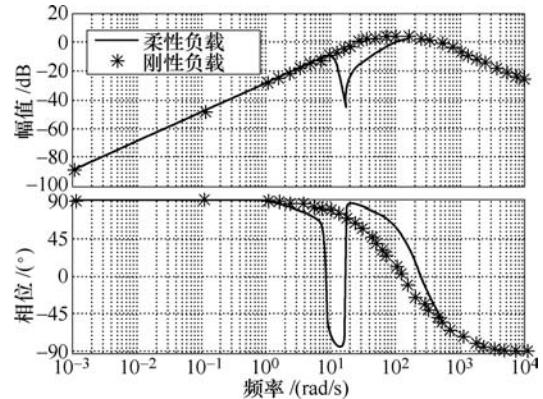


图4 电流内环开环伯德图

Fig.4 Bode diagrams of current loop

2.2 转速外环控制特性

在PMSM驱动系统中，由于转速环与电流环带宽差别较大，因而，可认为在转速外环进行调节时，电流内环已经调节完成。不考虑电流内环的影响，转速外环标准形式如图5所示。PMSM驱动刚性负载时，转速外环的控制框图如图6所示。

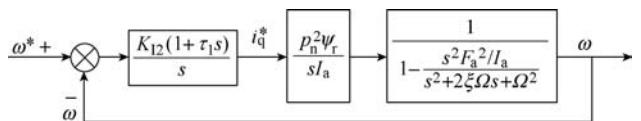


图5 转速外环标准形式

Fig.5 Standard form of speed outer loop

由图5和图6可看出，柔性对转速环的影响体现在图5的第三项，即

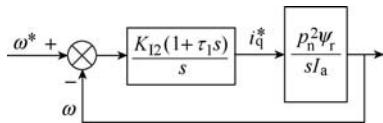


图 6 转速外环控制框图

Fig.6 Block diagram of speed outer loop

$$H_1(s) = \frac{s^2 + 2\xi\Omega s + \Omega^2}{s^2(1 - F_a^2/I_a) + 2\xi\Omega s + \Omega^2} \quad (30)$$

柔性负载时转速环开环伯德图如图 7 所示。由图 7 可看出，柔性负载的振荡频率与转速环带宽相距较近，因而负载柔性对转速外环的影响较大，需要重点加以考虑。同样，柔性负载对于转速环的影响体现在由于柔性的作用，引起转速外环频率特性曲线在柔性负载振荡频率处衰减。

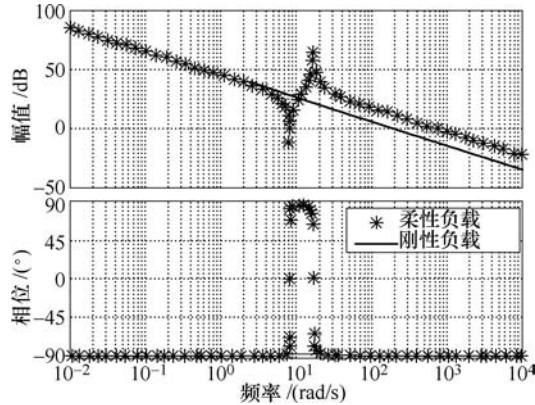


图 7 转速环开环伯德图

Fig.7 Bode diagrams of speed loop

3 PMSM 直接驱动柔性负载控制器设计与参数整定

3.1 电流环控制器设计

由 2.1 节可知，在使用 PI 调节器对系统电流环进行控制时，由于电流环系统带宽一般远大于柔性模态频率，柔性的影响可忽略不计。因而，电流环参数设计可按照 PMSM 驱动刚性负载时进行参数设计。系统满足

$$\frac{i_q(s)}{u_q(s)} = \frac{1}{L_s s + R_s + \frac{p_n^2 \psi_r^2}{s I_a}} \quad (31)$$

采用 PI 调节器后，系统开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K_{11}(1+\tau s)}{R_s s \left(\frac{L_s}{R_s} s + 1 + \frac{p_n^2 \psi_r^2}{s R_s I_a} \right)} \quad (32)$$

选择 $\tau = L_s / R_s$ ，带宽为

$$\omega_c \approx K_{11} \tau / L_s \quad (33)$$

因而，可根据带宽要求，选择 PI 调节器参数，即

$$\begin{cases} K_{P1} = L_s \omega_c \\ K_{I1} = R_s \omega_c \end{cases} \quad (34)$$

3.2 转速环控制器设计

使用 PI 调节器进行调节时，转速环开环传递函数为

$$\frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{K_{12}(1+\tau_2 s)(s^2 + 2\xi\Omega s + \Omega^2)}{(I_a - F_a^2)s^4 + 2\xi\Omega I_a s^3 + I_a \Omega^2 s^2} \quad (35)$$

如果不考虑阻尼系数的影响，上述传递函数与典型双惯量系统传递函数类似。本文借鉴文献[3]提出的双惯量系统极点配置方法对极点进行配置。

不考虑摩擦影响，采用 PI 调节器时系统闭环传递函数为

$$\frac{\omega(s)}{\omega^*(s)} = \frac{(K_{12} + K_{P2}s)(s^2 + \Omega^2)}{(I_a - F_a^2)s^4 + I_a \Omega^2 s^2 + (K_{12} + K_{P2}s)(s^2 + \Omega^2)} \quad (36)$$

多项式分母可整理为 $(s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2)(s^2 + 2\xi_2\omega_2 s + \omega_2^2)$ ，其中， ω_1 、 ω_2 为极点的自然频率； ξ_1 、 ξ_2 为极点的阻尼系数。

由 $(I_a - F_a^2)s^4 + K_P s^3 + (I_a \Omega^2 + K_I)s^2 + K_P \Omega^2 s + K_I \Omega^2 = (I_a - F_a^2)(s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2)(s^2 + 2\xi_2\omega_2 s + \omega_2^2)$ ，整理得到

$$\begin{cases} K_P = (I_a - F_a^2)(2\xi_2\omega_2 + 2\xi_1\omega_1) \\ \quad = \frac{(I_a - F_a^2)(2\xi_1\omega_1\omega_2^2 + 2\xi_2\omega_1^2\omega_2)}{\Omega^2} \\ K_I = (I_a - F_a^2)(\omega_2^2 + 4\xi_1\omega_1\xi_2\omega_2 + \omega_1^2) - I_a \Omega^2 \\ \quad = \frac{(I_a - F_a^2)\omega_1^2\omega_2^2}{\Omega^2} \end{cases} \quad (37)$$

式中，仅 K_P 、 K_I 两个参数可调。因而，上面四个极点不能够任意配置。式 (37) 建立了两对极点与 PI 调节器参数之间的关系。

3.3 相同阻尼系数极点配置方法

本文以表 1 中系统参数为例，根据参考文献[4]，惯量比 $\lambda = \frac{F_a^2}{I_a - F_a^2} > 4$ 。因而，可选择相同阻尼系数方法进行极点配置。考虑 $\xi_1 = \xi_2$ ，根据式 (37) 整理得到

$$\begin{cases} \left(\frac{\Omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\Omega}\right)^2 = \lambda - 4\xi_1^2 \\ \omega_2 = \frac{\Omega^2}{\omega_1} \end{cases} \quad (38)$$

进一步整理得到

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{\sqrt{\lambda - 4\xi_1^2 + 4} - \sqrt{\lambda - 4\xi_1^2}}{2} \Omega \\ \omega_2 = \frac{\sqrt{\lambda - 4\xi_1^2 + 4} + \sqrt{\lambda - 4\xi_1^2}}{2} \Omega \end{cases} \quad (39)$$

式中, $\xi_1 \leq \sqrt{\lambda}/2$ 。本文分别选择 $\xi_1 = \xi_2 = 0.707, 1.404$ 。参数选择与极点分布见表 2。

表 2 参数选择与极点分布(相同阻尼系数)

Tab.2 Parameter selection and pole distribution

ξ_1, ξ_2	ω_1	ω_2
0.707	$0.356\sqrt{\Omega}$	$2.806\sqrt{\Omega}$
1.414	$\sqrt{\Omega}$	$\sqrt{\Omega}$

3.4 典型 II 型系统参数确定方法

同样, 本文可以采用传统 PMSM 驱动刚性负载系统中基于典型 II 型系统 PI 参数设计方法对 PI 调节器参数进行确定。

根据典型 II 型系统设计参数可得

$$\begin{cases} \tau_2 = hT \\ K_{12} = \frac{h+1}{2h^2T^2} I_a \end{cases} \quad (40)$$

式中, h 为中频带宽, 与系统动态性能指标有关, h 越大, 超调量越小; T 为系统总延时。一般当 $h=5 \sim 10$ 时, 转速环的跟随性和抗干扰性较好。

按照典型 II 型系统的最优工程整定计算方法, 得到此时转速环的截止频率为

$$\omega_c = K_{12} \frac{1}{I_a} \tau_2 = \frac{h+1}{2hT} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\tau_2} \right) \quad (41)$$

相位裕度为

$$PM = \arctan(\omega_c \tau_2) = \arctan\left(\frac{h+1}{2}\right) \quad (42)$$

因此, 若选取 $h > 5$, 基本可以保证系统的相位裕度。

考虑转速计算的延时及电流环带宽设计因素, 本文取 $T = 0.0036$ 。由于无法精确得到位置检测模块设计带宽的延时, 因此实际系统中 $T > 0.0036$ 。针对本系统, 选取 $h = 5$, 得到

$$\begin{cases} \tau_2 = hT = 0.018 \\ K_{12} = \frac{h+1}{2h^2T^2} I_a = 162.89 \end{cases} \quad (43)$$

进一步可得

$$\omega_c = K_{12} \frac{1}{I_a} \tau_2 = \frac{h+1}{2hT} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{\tau_2} \right) = 184 \text{ rad/s} \quad (44)$$

因而, 转速环 PI 调节器参数为 $K_{P2} = K_{12}\tau_2 = 2.93$, $K_{I2} = 162.89$ 。此时, 闭环系统参数选择与极点分布见表 3。

表 3 参数选择与极点分布(典型 II 型系统)

Tab.3 Parameter selection and pole distribution

ξ_1	ω_1	ξ_2	ω_2
0.802	$0.275\sqrt{\Omega}$	1.417	$2.838\sqrt{\Omega}$

4 仿真和实验

4.1 仿真

在 Simulink 中搭建 PMSM 驱动柔性负载数学模型, 使用表 1 中参数进行仿真。电流环控制周期 $T_s = 100\mu\text{s}$ 。

图 8 为电流环带宽分别为 1 000、2 000、3 000 和 4 000 时, q 轴电流环仿真结果。仅运行电流环, 电流指令由 0A 阶跃至 1A, 电机处于起步阶段。从图 8 中可以看出, 负载柔性对电流环暂态影响较小。在实际系统应用中, 可不考虑柔性负载对电流环的影响。

图 9 是分别采用极点配置策略和基于典型 II 型系统参数设计方法时, 系统转速环仿真结果。可以

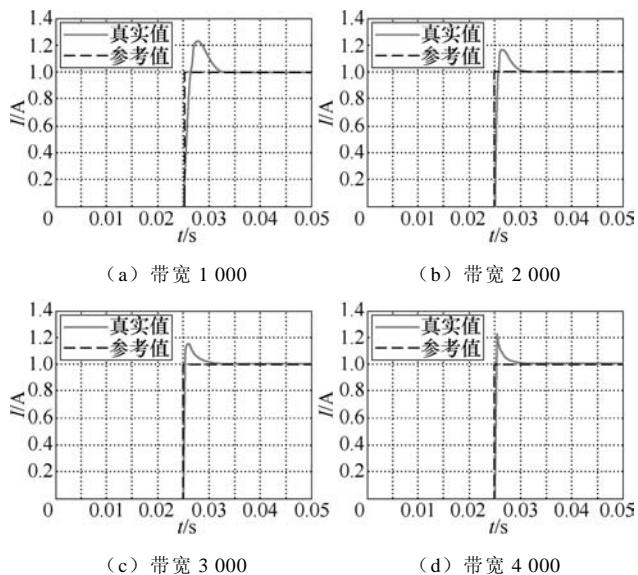


图 8 电流环仿真结果

Fig.8 Simulation results of current loop

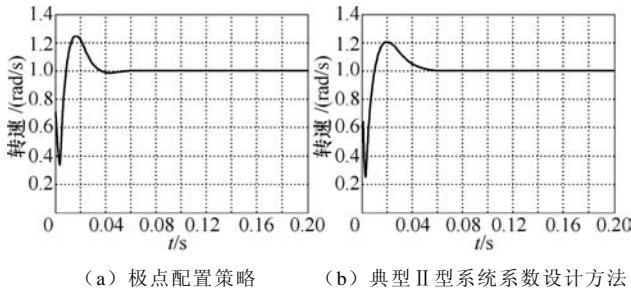


图 9 转速环仿真结果

Fig.9 Simulation results of speed loop

看出, 相对于基于典型 II 型系统 PI 参数设计方法, 采用相同阻尼系数极点配置方法对 PMSM 直接驱动柔性负载系统中谐振抑制具有更好的效果。

4.2 实验

实验采用 MyWay 公司的 F28335 平台, 电流环控制周期为 100μs。使用表贴式 PMSM 作为驱动电机, 其参数与表 1 基本一致。使用安川伺服 SGDV-5R5A01 驱动 SGMJV-08AAA61 型号电机模拟柔性负载。MyWay 平台以串行通信方式将实验数据传送到计算机。

根据式 (26), 可得到典型的 PMSM 驱动柔性负载系统为

$$\begin{cases} \dot{i}_q = -\frac{R_s}{L_s} i_q + \frac{u_q}{L_s} - \frac{\omega \psi_r}{L_s} \\ \dot{\phi} = \frac{p_n F_a \Omega^2}{I_a - F_a^2} x_2 + \frac{2 p_n \xi \Omega F_a}{I_a - F_a^2} x_4 + \frac{p_n^2 \psi_r}{I_a - F_a^2} i_q \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{I_a \Omega^2}{F_a^2 - I_a} x_2 + \frac{2 \xi \Omega I_a}{F_a^2 - I_a} x_4 + \frac{F_a^T p_n \psi_r}{F_a^2 - I_a} i_q \end{cases} \quad (45)$$

假设使用对拖平台模拟上述过程, 对拖平台模拟的标准形式为

$$\begin{cases} \dot{i}_q = -\frac{R_s}{L_s} i_q + \frac{u_q}{L_s} - \frac{\omega \psi_r}{L_s} \\ \dot{\phi} = \frac{p_n^2}{J} \psi_r i_q - \frac{p_n}{J} T_{LL} - \frac{B}{J} \omega - \frac{p_n}{J} T_{L1} \end{cases} \quad (46)$$

式中, T_{L1} 为对拖平台本身的摩擦阻力矩; T_{LL} 为对拖平台中作为负载侧的电机产生的转矩; J 为对拖平台电机转动惯量; B 为对拖平台摩擦系数。

为了使对拖平台和柔性负载效果相同, 需满足

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{I_a \Omega^2}{F_a^2 - I_a} x_2 + \frac{2 \xi \Omega I_a}{F_a^2 - I_a} x_4 + \frac{F_a^T p_n \psi_r}{F_a^2 - I_a} i_q - \frac{F_a^2 T_{L0}}{F_a^2 - I_a} \end{cases} \quad (47)$$

即

$$\begin{aligned} & \frac{p_n F_a \Omega^2}{I_a - F_a^2} x_2 + \frac{2 p_n \xi \Omega F_a}{I_a - F_a^2} x_4 + \frac{p_n^2 \psi_r}{I_a - F_a^2} i_q - \frac{p_n T_{L0}}{I_a - F_a^2} \\ &= \frac{p_n^2}{J} \psi_r i_q - \frac{p_n}{J} T_{LL} - \frac{B}{J} \omega - \frac{p_n}{J} T_{L1} \end{aligned} \quad (48)$$

整理得到

$$\begin{aligned} T_L &= p_n \psi_r i_q - \frac{J F_a \Omega^2}{I_a - F_a^2} x_2 - \frac{2 \xi \Omega J F_a}{I_a - F_a^2} x_4 - \\ &\quad \frac{J p_n \psi_r}{I_a - F_a^2} i_q - \frac{B \omega}{p_n} - T_{L1} \end{aligned} \quad (49)$$

对比式 (45) 与式 (46), 可得 $J = I_a - F_a^2$,

因而

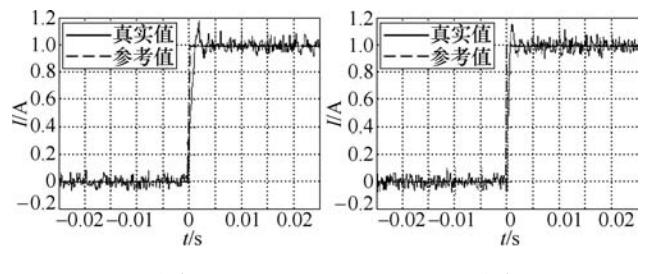
$$T_L = -F_a \Omega^2 x_2 - 2 \xi \Omega F_a x_4 - \frac{B \omega}{p_n} - T_{L1} \quad (50)$$

整理为状态矩阵形式为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{I_a \Omega^2}{F_a^2 - I_a} & \frac{2 \xi \Omega I_a}{F_a^2 - I_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{F_a p_n \psi_r}{F_a^2 - I_a} \end{bmatrix} i_q \\ \begin{bmatrix} T_L \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_a \Omega^2 & -2 \xi \Omega F_a \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{B \omega}{p_n} + T_{L1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (51)$$

采用上述形式可模拟任意参数的柔性负载。图 10 是电流环带宽分别为 1 000、2 000、3 000 和 4 000 时, q 轴电流环响应实验结果。仅运行电流环, 电流指令由 0A 阶跃至 1A, 电机处于起步阶段。根据图 10 可以看出, 负载柔性对电流环暂态影响较小。实验结果与仿真结果一致。

图 11 为分别采用极点配置策略和传统基于典型 II 型系统参数设计方法, 对 PI 调节器参数进行整定的转速环实验结果。可以看出, 相对不考虑负载



(a) 带宽 1 000

(b) 带宽 2 000

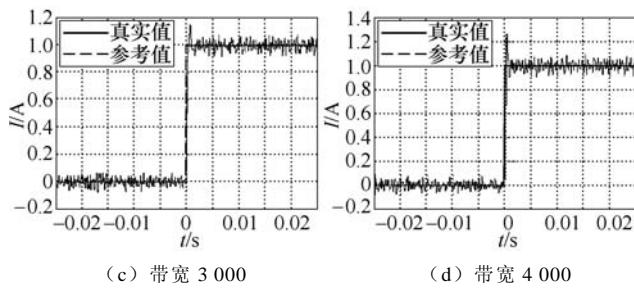


图 10 电流环响应实验结果

Fig.10 Experimental results of current loop response

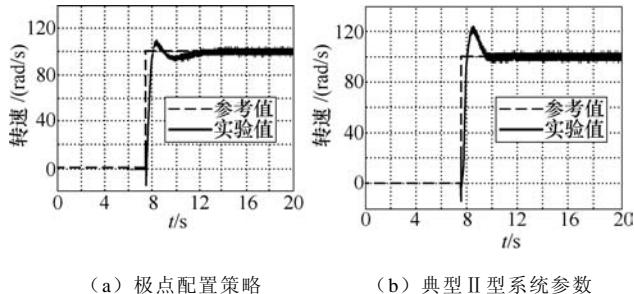


图 11 转速环实验结果

Fig.11 Experimental results of the speed loop

柔性的基于典型 II 型系统 PI 参数整定方法,采用上述相同阻尼系数极点配置方法对 PMSM 直接驱动柔性负载系统谐振具有更好的抑制效果。

5 结论

针对 PMSM 直接驱动柔性负载系统,本文首先利用 Lagrange 原理对 PMSM 驱动柔性连杆负载系统建立了数学模型。所提出的数学模型将电机模型与柔性负载模型结合起来,并且可以考虑高阶谐振模态。进一步地,采用频率特性分别分析了负载柔性对转速环和电流环的影响。最终针对转速环的转速跟踪与谐振抑制,分别采用极点配置方法与典型 II 型系统参数设计方法对转速环 PI 调节器参数进行了整定,并通过仿真和实验对上述分析和参数整定过程进行了验证,得出如下结论:

- 1) 在 PMSM 直接驱动柔性负载系统中,负载柔性对系统电流环影响较小,对转速环影响较大。
- 2) 在对 PMSM 驱动柔性负载系统转速环 PI 调节器参数进行整定时,相对于典型 II 型系统参数确定方法,采用相同阻尼系数极点配置方法可以更好地抑制谐振。

参考文献

- [1] 高星, 王友平. 太阳电池阵驱动机构的通用化、系列化和组合化设计[J]. 空间科学学报, 2002, 22(2):

55-68.

Gao Xing, Wang Youping. Serialization-and modularization design of solar array drive assembly the universalization-, serialization- and modularization design of solar array drive assembly[J]. Chinese Journal of Space Science, 2002, 22(2): 55-68.

- [2] 杨明, 胡浩, 徐殿国. 永磁交流伺服系统机械谐振成因及其抑制[J]. 电机与控制学报, 2012, 16(1): 79-84.

Yang Ming, Hu Hao, Xu Dianguo. Cause and suppression of mechanical resonance in PMSM servo system[J]. Electric Machines and Control, 2012, 16(1): 79-84.

- [3] Vittek J, Makys P, Stulrajter M, et al. Comparison of sliding mode and forced dynamics control of electric drive with a flexible coupling employing PMSM[C]// IEEE International Conference on Industrial Technology, 2008: 1-6.

- [4] Zhang G. Speed control of two-inertia system by PI/PID control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(3): 603-609.

- [5] Yang J H, Lian F L, Fu L C. Nonlinear adaptive control for flexible-link manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1997, 13(1): 140-148.

- [6] 王凤鸣, 刘暾, 张鹏顺. 步进电动机驱动挠性负载时堵转机理研究[J]. 中国机械工程, 2002, 13(9): 771-773.

Wang Fengming, Liu Dun, Zhang Pengshun. Study on blockage mechanism in stepping motor's driving system under flexible load[J]. Electric Power Automation Equipment, 2002, 13(9): 771-773.

- [7] 斯祝华, 刘一武, 黎康. 太阳帆板驱动装置建模及其驱动控制研究[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(2): 13-19.

Si Zhuhua, Liu Yiwu, Li Kang. Research on modeling and driverdesign of solar array drive assembly[J]. Aerospace Control and Application, 2010, 36(2): 13-19.

- [8] 陆栋宁, 刘一武. 挠性太阳帆板驱动控制系统研究[J]. 空间控制技术与应用, 2013, 39(1): 27-33.

Lu Dongning, Liu Yiwu. On the control of flexible solar array drive systems[J]. Aerospace Control and

- Application, 2013, 39(1): 27-33.
- [9] Hu Q L, Wang Z, Gao H. Sliding mode and shaped input vibration control of flexible systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(2): 503-519.
- [10] 甘克力, 周明玮, 葛升民. 带双轴太阳帆板驱动器的卫星建模与姿态控制[J]. 电机与控制学报, 2013, 17(1): 82-87.
Gan Keli, Zhou Mingwei, Ge Shengmin. Modeling and attitude control of satellite with dual axis solar array actuator[J]. Electric Machines and Control, 2013, 17(1): 82-87.
- [11] Rajagopal K R, Krishnaswamy M, Singh B, et al. An improved high-resolution hybrid stepper motor for solar-array drive of Indian remote-sensing satellite[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1997, 33(4): 906-913.
- [12] Rajagopal K R, Kannan N, Singh B, et al. An optimized module-type hybrid stepper motor for spacecraft solar array drive[J]. IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 1997, 1(1): 462-468.
- [13] 张永昌, 杨海涛, 魏香龙. 基于快速矢量选择的永磁同步电机模型预测控制[J]. 电工技术学报, 2016, 31(6): 66-73.
Zhang Yongchang, Yang Haitao, Wei Xianglong. Model predictive control of permanent magnet synchronous motors based on fast vector selection[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(6): 66-73.
- [14] 张国强, 王高林, 倪荣刚, 等. 基于自适应线性神经元滤波的内置式永磁电机转子位置观测器[J]. 电工技术学报, 2016, 31(6): 47-54.
Zhang Guoqiang, Wang Gaolin, Ni Ronggang, et al. Adaptive linear element filtering based rotor position observer for interior permanent magnet synchronous motors[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(6): 47-54.
- [15] 荆楷, 孙鹤旭, 董砚, 等. 以电流矢量为目标的永磁同步电机定子电流动态预测[J]. 电工技术学报, 2016, 31(2): 47-55.
Jing Kai, Sun Hexu, Dong Yan, et al. Stator current dynamic prediction of permanent magnet synchronous motor targeting the current vector[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(2): 47-55.
- [16] 康劲松, 崔宇航, 王硕. 基于电流快速响应的永磁同步电机六拍运行控制策略[J]. 电工技术学报, 2016, 31(1): 165-174.
Kang Jinsong, Cui Yuhang, Wang Shuo. The current rapid response control strategy for the six-step operation of permanent magnet synchronous motors[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(1): 165-174.
- [17] 田兵, 安群涛, 孙东阳, 等. 基于磁饱和效应的表贴式永磁同步电机初始位置检测方法[J]. 电工技术学报, 2016, 31(1): 155-164.
Tian Bing, An Quntao, Sun Dongyang, et al. Initial positon estimation for surface permanent magnet synchronous motors based on magnetic saturation effect[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(1): 155-164.

作者简介

丁有爽 男, 1991 年生, 博士研究生, 研究方向为永磁同步电机伺服控制系统。

E-mail: dingyoushuang@126.com

肖 翳 男, 1973 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为交流电机控制、电力储能、海浪发电等。

E-mail: xiao_xi@tsinghua.edu.cn (通信作者)

(编辑 张洪霞)