

含风电场的机组组合二阶段随机模型 及其改进算法

施 涛^{1,2} 高 山¹ 张宁宇³

(1. 东南大学电气工程学院 南京 210096 2. 中国电力科学研究院 南京 210003
3. 国网江苏省电力公司电力科学研究院 南京 211003)

摘要 提出一种含风电场的机组组合二阶段随机规划模型, 将风电功率作为随机变量处理, 目标函数包含常规机组发电成本和切负荷惩罚费用, 由于风电功率存在多种可能的情景, 后一种费用采用期望值形式, 同时提出一种求解二阶段模型的 SAA-自适应多切割 L 形算法, 具体为首先基于抽样平均逼近 (SAA) 理论, 将随机模型转换成确定性模型, 然后提出一种自适应多切割 L 形算法求解。求解中引入全局辅助变量实现迭代过程中历史最优切割信息的保存, 并设置主模型约束条件数上限保证模型始终具有较小的规模。与传统单切割和多切割 L 形算法相比, 所提出算法的迭代次数介于两者之间, 但计算时间要少于两者。最后通过 3 机、10 机和 100 机算例在不同数量的风电情景下仿真计算, 结果表明本文模型可以有效处理风电随机性, SAA-自适应多切割 L 形算法在样本数量较大的情况下保持了良好的收敛性和可靠性。

关键词: 风电 机组组合 二阶段模型 抽样平均逼近 随机规划 L 形算法

中图分类号: TM715

Two-Stage Stochastic Model of Unit Commitment with Wind Farm and an Improved Algorithm

Shi Tao^{1,2} Gao Shan¹ Zhang Ningyu³

(1. Electrical Engineering Department Southeast University Nanjing 210096 China
2. China Electric Power Research Institute Nanjing 210003 China
3. State Grid Jiangsu Electric Power Research Institute Nanjing 211003 China)

Abstract This paper introduces two-stage stochastic model of unit commitment with wind farms. The objective cost of the model is divided into generating cost of thermal units and load shedding penalty cost. Due to the randomness of wind power, the latter cost is in the form of expectation. At the same time, a SAA-adaptive multi-cut L-shaped algorithm is proposed, where the sample average approximation (SAA) theory translates the proposed model into a certain one and the Adaptive multi-cut L-shaped algorithm solves the model. A kind of global assist variables is employed to save history optimal cuts and set upper limit of the main model's constraint number. The iteration number of the proposed one is between the single-cut and multi-cut L-Shaped methods, while the computing time is the least. Finally, 3-unit, 10-unit and 100 unit systems are simulated with different sample numbers. The results verify the convergence and validity of the proposed model, and show the correctness of dealing with uncertainty of wind power with more samples.

Keywords: Wind power, unit commitment, two-stage model, sample average approximation, stochastic programming, L-shaped algorithm

0 引言

风电具有清洁、环保、可再生等优点，全世界范围内大规模发展风力发电对于电力系统节能减排和经济可持续发展有着重要的作用。经过诸多学者近几十年的研究，目前已有许多国家实现了风电并网。然而，随着风电并网容量的逐渐增加，对电力系统的影响也愈发明显，主要体现在风的强随机性使得预测误差较大，虽然众多学者对不同的风电功率预测理论进行了深入研究，提出了各种改进方法并取得了一定的效果，但是目前风电功率预测误差仍然在 25%~40%^[1,2]之间。如此大的误差使得传统方法已不再适用于含风电场的电力系统优化调度。因此，如何在充分考虑风电功率不确定性的基础上保证电力系统安全稳定运行是今后一段时间电力工作者们急需解决的问题。

传统机组组合（Unit Commitment, UC）模型在满足负荷平衡约束的前提下，通过提供一定旋转备用容量的方式来处理负荷预测误差、机组停运容量和线路故障带来的不确定性。风机并网后，风电功率的预测误差远大于负荷预测误差（3%~5%），且目前飞轮、燃气轮机等新型储能元件成本较高，抽水蓄能^[3]受地域限制，备用容量仍然由成本相对较低的火电或水电机组提供，如采用传统方式来应对风电随机性，则需要起动更多的传统能源机组，这与新能源发展的初衷背道而驰。国内外关于含风电场机组组合问题进行了大量研究。文献[4]在机组组合建模时同时考虑风电随机性和 CO₂、SO₂ 排放的影响，建立了多目标优化问题，采用智能算法求解时通过随机模拟技术验证风电随机约束条件是否成立，并通过模糊置信水平反应风电预测准确度。文献[5]基于凸包变化和提升-投影锥松弛技术，提出一种通过求解紧松弛模型从而实现机组组合模型的方法，优化结果较好，但模型中未考虑风电。文献[6]求解含风电场机组组合问题时提出一种 FFS (fast forward selection) 风电情景树删减算法，与现有删减算法相比提高了计算效率。文献[7]建立含风电场机会约束机组组合模型时，考虑了 n-k 校验策略，提高了优化结果的可靠性。文献[8]通过蒙特卡洛模拟了风电场景，并建立了含电动汽车与风电的机组组合模型。文献[9]采用量子离散粒子群算法求解机组组合模型时，对变异策略进行改进，通过启发式调整规则提高了算法的效率，并用于含风电场机组组合问题的求解，但智能算法计算时间较长。文献

[10]在机组组合模型中考虑了电压调节效应，并采用 Benders 分解思想进行了求解。文献[11]建立了考虑调峰约束的随机机组组合模型，将模型进行线性化后采用 CPLEX 求解，计算结果满足调度高峰和低谷的调峰要求。文献[12]基于极限场景集的场景法来模拟风电功率的极限，并使用混合整数规划方法对确定性机组组合模型进行求解。文献[13]提出一种机组组合二阶段随机模型，其中机组起停变量为一阶段变量，其余变量为二阶段变量，然后在不同负荷采样情景下分别求出相应的机组有功出力，但该模型没有考虑风电。文献[14]提出的机组组合机会规划和二阶段随机模型中充分考虑了风电功率的随机性，通过抽样平均逼近（Sample Average Approximation, SAA）分别将两种随机约束转换成确定性条件，然后利用混合整数规划（Mixed Integer Programming, MIP）直接进行求解，然而，在风电情景较多情况下得到的确定性模型规模较大，直接使用 MIP 求解需要消耗较长时间。文献[15]提出的含风电场机组组合模型中引入风电可信度指标对风电功率的随机性进行约束，并基于 SAA 理论将模型转换为机组组合式抽样平均逼近（UCSAA）模型，最后通过线性化方法求解。

针对现有含风电场机组组合模型和算法的不足，本文提出一种考虑风电场的机组组合二阶段随机模型的改进算法，具体为 SAA-自适应多切割 L 形算法，首先利用 SAA 理论将上述二阶段随机模型转换成确定性形式，然后采用自适应多切割 L 形算法求解，与传统单切割和多切割 L 形算法相比，该方法的迭代次数介于两者之间，尤其在风电情景数量较大情况下也可在较少的时间内求得最优解。

1 解析模型

1) 目标函数

$$\min Cost = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_T} \left[C_i(p_{i,t}) u_{i,t} + ST_i u_{i,t} (1-u_{i,t-1}) \right] + E[\mathcal{Q}(x, \xi_w)] \quad (1)$$

2) 约束条件

功率平衡约束

$$\sum_{i=1}^{N_T} p_{i,t} u_{i,t} \leq P_{D,t} \quad (2)$$

备用约束

$$\sum_{i=1}^{N_T} r_{i,t} u_{i,t} \geq R_t \quad (3)$$

3) 机组约束条件

有功功率上、下限约束

$$\bar{p}_{i,\min} \leq p_{i,t} + r_{i,t} \leq \bar{p}_{i,\max} \quad (4)$$

$$\bar{p}_{i,\min} = \max(p_{i,\min}, p_{i,t-1} - 60DR_i) \quad (5)$$

$$\bar{p}_{i,\max} = \min(p_{i,\max}, p_{i,t-1} + 60UR_i) \quad (6)$$

最小开停机时间约束

$$u_{i,t} = \begin{cases} 1 & T_{i,\text{on}} < T_{i,\text{up}} \\ 0 & T_{i,\text{on}} < T_{i,\text{down}} \\ 0 \text{或} 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

机组起动费用

$$ST_{i,t} = \begin{cases} HST_i & T_{i,\text{down}} \leq T_{i,\text{off}} \leq T_{i,\text{cold}} + T_{i,\text{down}} \\ CST_i & T_{i,\text{off}} > T_{i,\text{cold}} + T_{i,\text{down}} \end{cases} \quad (8)$$

式中, T 为系统调度期间的时段数; N_T 为火电机组总数; $p_{i,t}$ 为机组 i 在 t 时段的有功出力; $u_{i,t}$ 为机组 i 在 t 时段的起停状态, 1 为开机, 0 为停机; $C_i(p_{i,t})$ 为机组 i 的发电成本函数, $C_i(p_{i,t}) = a_i + b_i p_{i,t} + c_i p_{i,t}^2$; $ST_{i,t}$ 为机组 i 在 t 时段的起动费用; $r_{i,t}$ 为机组 i 在 t 时段提供的旋转备用容量; R_t 为 t 时段系统所需的备用容量; $p_{i,\max}$ 、 $p_{i,\min}$ 分别为机组 i 的有功出力上、下限; $\bar{p}_{i,\max}$ 、 $\bar{p}_{i,\min}$ 分别为机组 i 考虑爬坡约束时的有功出力上、下限; $T_{i,\text{up}}$ 、 $T_{i,\text{down}}$ 分别是机组 i 的最小开停机时段; $T_{i,\text{on}}$ 、 $T_{i,\text{off}}$ 分别是机组 i 连续运行和停机的时段数, 大于 0 为起动, 小于 0 为停机; UR_i 、 DR_i 分别为机组 i 每小时允许出力增加和减少的容量; HST_i 、 CST_i 分别为机组 i 的热、冷起动费用; $T_{i,\text{cold}}$ 表示机组 i 的冷起动时间。模型中忽略了风机的发电费用。

模型中包含火电和风电两种机组, 式(1) 中 $E[\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w)]$ 表示电网实际运行时, 由风电随机性引起的机组出力变化导致的补偿费用, 由于风电功率具有随机性且服从一定的概率分布, 因此该补偿费用采用期望值形式。其中, \mathbf{x} 包含一组优化得到的机组起停状态 $u_{i,t}$ 和有功出力 $p_{i,t}$ ($i=1, 2, \dots, N_T$; $t=1, 2, \dots, T$), 统称为一阶段变量; ξ_w 表示各时段的风电功率随机变量, 文中假设风速预测误差服从正态分布, 而风电功率由风速预测值和风速预测误差通过风速-风电功率特性转换得到; $\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w)$ 的具体表达式为

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w) = \min\{\mathbf{q}_\xi \mathbf{y} : \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{P}_D - \mathbf{P}_\xi - \mathbf{J}\mathbf{x}\} \quad (9)$$

式中, \mathbf{y} 为自变量, 表示在风速预测误差情况下, 当正旋转备用容量不满足有功平衡时的切负荷量以及当负旋转备用容量不满足有功平衡时的弃风量, 简称为二阶段变量; \mathbf{q}_ξ 为 $T \times 1$ 向量, $\mathbf{q}_\xi = [q_{\xi,1}, q_{\xi,2}, \dots, q_{\xi,T}]$, 相应于 \mathbf{y} 在不同情况下的含义, $q_{\xi,t}$ 表示 t 时刻切负荷惩罚费用因子或弃风补偿费用因子, 实际中, 该费用与负荷性质、切负荷时刻及地区经济等多种因素相关, 本文为简化计算采用固定值; \mathbf{P}_D 为各时段负荷组成的 $T \times 1$ 向量; \mathbf{P}_ξ 为各时刻风电功率随机变量组成的 $T \times 1$ 向量; \mathbf{W} 、 \mathbf{J} 为 $T \times N_T$ 的二维固定系数, 矩阵 \mathbf{W} 使自变量 \mathbf{y} 始终大于零, $\mathbf{J}\mathbf{x}$ 计算得到考虑备用容量的情况下各时段机组出力之和组成的向量; $\mathbf{W}\mathbf{y}$ 表示自变量 \mathbf{y} 应满足风电随机性导致的一阶段有功出力 \mathbf{x} 不满足的负荷部分, $\mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{P}_D - \mathbf{P}_\xi - \mathbf{J}\mathbf{x}$ 。

式(1)~式(9)描述的随机规划问题由文献[16]中的线性化方法得到式(10)~式(12)所示的模型。

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x} + E[\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w)] \quad (10)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \mathbf{x} \geq 0 \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w) = \min\{\mathbf{q}_\xi^T \mathbf{y} : \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{h}_\xi - \mathbf{J}\mathbf{x}, \mathbf{y} \geq 0\} \quad (12)$$

由于 $E[\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w)]$ 的存在, 使得经典数学优化理论不再适用于二阶段随机模型的求解, 而智能算法具有对目标函数形式无要求、可通过随机抽样模拟对 $E[\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \xi_w)]$ 进行拟合的特点, 成为求解随机模型的主要方法之一。例如文献[11]提出了一种随机模拟、神经元网络和遗传算法的混合智能算法, 并成功用于求解机会规划约束随机模型, 然而智能算法存在计算时间长、收敛慢和有可能得到次优解等问题。为此, 本文首先利用 SAA 理论将上述随机模型转换成确定性模型, 然后提出一种自适应多切割 L 形算法分解求解。

2 SAA 理论

2.1 SAA 的基本原理

SAA 是一种求解随机规划模型的有效方法, 基本思路是: 在经验分布条件下, 使用 Monte Carlo 抽样技术来逼近随机变量的真实概率分布, 然后对相应的模型进行求解。已有相关文献对 SAA 方法的正确性和收敛性进行了分析, 并成功应用到机会规划和二阶段补偿随机规划模型中^[17-19]。

采用 SAA 方法处理式(10)~式(12)所示机组组合二阶段随机模型时, 假设风电功率 \boldsymbol{P}_ξ 服从联合威布尔概率密度分布 $W(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{c}, \Sigma)$ (其中 \boldsymbol{k} 和 \boldsymbol{c} 均为 $T \times 1$ 的向量, 文中假设均已得到上述参数)。通过 Monte Carlo 模拟得到随机变量 \boldsymbol{P}_ξ 的 N 个抽样情景 $\boldsymbol{\xi}^1, \dots, \boldsymbol{\xi}^N$ 及相应的概率为 $1/N$ 。也有学者采用 LHS (latin hypercube sampling) 方法替代 Monte Carlo 模拟进行抽样, 可减少抽样时间。得到 N 个样本后, 使用抽样平均函数 $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}_w)$ 对 $E[\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}_w)]$ 进行逼近, 得到式(13)~式(15)所示的 SAA 模型。

$$\min \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}_w) \quad (13)$$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \quad \boldsymbol{x} \geqslant 0 \quad (14)$$

$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\xi}_w) = \min \{ \boldsymbol{q}_\xi^T \boldsymbol{y} : \boldsymbol{W}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{h}_\xi - \boldsymbol{J}\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \geqslant 0 \} \quad (15)$$

假设 $\hat{\boldsymbol{v}}_N$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}_N$ 分别为 SAA 模型的最优目标值和最优解, \boldsymbol{v}^* 和 \boldsymbol{x}^* 分别为式(10)~式(12)所示原模型的最优目标值和最优解, 可以证明, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\boldsymbol{v}}_N$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}_N$ 分别收敛于 \boldsymbol{v}^* 和 \boldsymbol{x}^* , 具体证明过程参见文献[19], 本文不再赘述。

2.2 SAA 模型的统计学特性

对于 SAA 模型的最优解 $\hat{\boldsymbol{v}}_N$ 和 $\hat{\boldsymbol{x}}_N$, 可以根据文献[20,21]中的方法计算 \boldsymbol{v}^* 和 \boldsymbol{x}^* 的上、下限和方差等统计学特性, 具体如下:

(1) \boldsymbol{v}^* 的下限值。根据 SAA 方法的收敛性分析可得

$$E[\hat{\boldsymbol{v}}_N] < \boldsymbol{v}^* \quad (16)$$

因此, 可通过计算 $E[\hat{\boldsymbol{v}}_N]$ 得到 \boldsymbol{v}^* 的下限值。方法如下: 分别对 SAA 模型求解 M 次, 其中每次迭代重新生成 N 个随机样本, 可得到 $\hat{\boldsymbol{v}}_N^1, \dots, \hat{\boldsymbol{v}}_N^M$ 。则其下限值及方差为

$$\bar{\boldsymbol{v}}_N^M = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \hat{\boldsymbol{v}}_N^m \quad (17)$$

$$S_{\bar{\boldsymbol{v}}_N^M}^2 = \frac{1}{M(M-1)} \sum_{m=1}^M (\hat{\boldsymbol{v}}_N^m - \bar{\boldsymbol{v}}_N^M)^2 \quad (18)$$

(2) \boldsymbol{v}^* 的上限值。假设已求出原模型的某一可行解, 记作 $\bar{\boldsymbol{x}}$, 把 $\bar{\boldsymbol{x}}$ 代入式(19)计算便可得到 \boldsymbol{v}^* 的上限值的无偏估计值, 其中重新抽样生成 N' 个样本, 其相应的方差可通过式(20)计算得到。

$$\hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\bar{\boldsymbol{x}}) = \boldsymbol{c}^T \bar{\boldsymbol{x}} + \frac{1}{N'} \sum_{n=1}^{N'} \boldsymbol{Q}(\bar{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi}_w) \quad (19)$$

$$S_{\hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\bar{\boldsymbol{x}})}^2 = \frac{1}{N'(N'-1)} \sum_{n=1}^{N'} [\boldsymbol{c}^T \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{Q}(\bar{\boldsymbol{x}}, \boldsymbol{\xi}_w) - \hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\bar{\boldsymbol{x}})]^2 \quad (20)$$

得到最优解的上、下限及其方差后, 便可通过 $\hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\bar{\boldsymbol{x}}) - \bar{\boldsymbol{v}}_N^M$ 和 $S_{\hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\bar{\boldsymbol{x}})}^2 + S_{\bar{\boldsymbol{v}}_N^M}^2$ 求出最优解的上、下限间隙和方差。SAA 模型的求解流程如下:

(1) $m = 1, \dots, M$, 重复步骤①~步骤③。

① 随机抽样生成随机向量 $\boldsymbol{\xi}_w$ 的 N 个样本 $\boldsymbol{\xi}_w^1, \dots, \boldsymbol{\xi}_w^N$ 。

② 求解式(13)~式(15)所示 SAA 模型, 最优解和最优目标值分别记为 $\hat{\boldsymbol{x}}_N^m$ 和 $\hat{\boldsymbol{v}}_N^m$ 。

③ 随机抽样生成 N' 个随机样本 $\boldsymbol{\xi}_w^1, \dots, \boldsymbol{\xi}_w^{N'}$, 代入式(19)和式(20)计算得到 $\hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\hat{\boldsymbol{x}}_N^m)$ 和 $S_{\hat{\boldsymbol{g}}_{N'}(\hat{\boldsymbol{x}}_N^m)}^2$ 。

(2) 把步骤(1)中计算结果代入式(17)和式(18), 计算得到 $\bar{\boldsymbol{v}}_N^M$ 和 $S_{\bar{\boldsymbol{v}}_N^M}^2$ 。

(3) 对于得到的 M 个最优解 $\hat{\boldsymbol{x}}_N^m$, 分别计算其最优解间隙和方差, 并选择其中的最优解作为最终结果。

由于式(13)~式(15)所示模型已转换为确定性模型, 采用一般优化理论便可进行求解, 如文献[13]将 L 形分解算法用于求解机组组合二阶段确定性模型, 取得了较好的计算结果, 还有文献[14]采用的 MIP 算法等。但上述两种算法在样本数较大的情况下具有计算时间过长、收敛太慢等缺点。为此, 本文提出一种自适应多切割 L 形算法, 与现有的分解算法相比, 即使在较多样本情况下也具有较好的收敛性。

3 自适应多切割 L 形算法

分解算法的产生和迅速发展给二阶段模型的求解提供了新的思路, 基本思想是通过引入辅助变量将二阶段模型分解成主优化模型和子优化模型, 两种优化模型之间通过割平面进行信息交互, 最终得到最优解。根据对二阶段费用项处理方式的不同可分为内线性和外线性化两类算法, Dantzig-Wolfe 分解算法属于内线性化算法, 通过求解原问题的对偶问题得到最优解; 外线性化算法包括 L 形算法和 Benders 分割等, 其中 L 形算法具有原理简单和快速收敛等特点, 已在多种二阶段随机规划模型中得

到了应用，具体可分为单切割、多切割和动态多切割三类，其中单切割 L 形算法的计算流程如下：

$$(1) \quad s = \alpha = 0.$$

(2) $\alpha = \alpha + 1$ ，求解式(21)~式(23)所示的主模型， θ 为辅助变量，式(23)称为最优切割， $(x^\alpha, \theta^\alpha)$ 为得到的最优解，如果式(23)所示约束条件不存在，求解时不考虑 θ ，且 $\theta^\alpha \rightarrow -\infty$ 。

$$\min z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \theta \quad (21)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (22)$$

$$\mathbf{E}_l \mathbf{x} + \theta \geq \mathbf{e}_l, \quad l = 1, \dots, s$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \quad \theta \in \mathbf{R} \quad (23)$$

(3) 假设样本数为 K ，在 $k=1, \dots, K$ 情况下分别求解式(24)和式(25)所示的子优化模型。

$$\min \mathbf{w} = \mathbf{q}_k^T \mathbf{y} \quad (24)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{h}_k - \mathbf{T}_k \mathbf{x}^\alpha \quad \mathbf{y} \geq 0 \quad (25)$$

π_k^α 为对应于最优解的最优单纯形乘子，通过式(26)和式(27)计算得到 \mathbf{E}_{s+1} 和 \mathbf{e}_{s+1} ，计算 $\mathbf{w}^\alpha = \mathbf{e}_{s+1} - \mathbf{E}_{s+1} \mathbf{x}^\alpha$ ，如果 $\theta^\alpha \geq \mathbf{w}^\alpha$ ，则停止计算， \mathbf{x}^α 为最优解；否则 $s = s + 1$ ，增加最优切割到式(23)中，返回步骤(2)。

$$\mathbf{E}_{s+1} = \sum_{k=1}^N \mathbf{p}_k (\pi_k^\alpha)^T \mathbf{T}_k \quad (26)$$

$$\mathbf{e}_{s+1} = \sum_{k=1}^N \mathbf{p}_k (\pi_k^\alpha)^T \mathbf{h}_k \quad (27)$$

多切割 L 形算法对每个样本引入一个辅助变量 $\theta_k, k = 1, 2, \dots, K$ ，在每步迭代中子优化模型求解完成后产生 K 个最优切割。动态多切割算法与上述两种算法中辅助变量个数始终保持固定不同，辅助变量 θ 的个数具有动态变化的特点，例如：在第 α 步迭代中将样本空间 S 划分为 $D(\alpha)$ 个互不相交的子集合， $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{D(\alpha)}$ ， $\forall i \neq j, S_i \cap S_j = \emptyset$ ，每个子集合均产生一个最优切割， $E_{d(\alpha)} x + \theta_{d(\alpha)} \geq e_{d(\alpha)}$ ， $\alpha + 1$ 次迭代时，上一次样本分类的基础上对 $S_1, S_2, \dots, S_{D(\alpha)}$ 按照某种规则进行聚合，得到新的样本分类数 $D(\alpha + 1)$ 和辅助变量，并对历史最优切割按照 $D(\alpha + 1)$ 进行聚合，因此主模型的最优切割约束数处于动态变化状态。

由于单步迭代中单切割和多切割算法分别产生 1 个和 K 个最优切割，所以前一种算法有较多的迭代数，后一种算法使得主模型规模较大，两者在计

算时间上都不理想，消耗时间较多。动态多切割聚合算法与前两种算法相比，有如下两方面优势：①利用子模型更多的反馈信息，在一次迭代中加入较多的最优切割，防止信息丢失；②经过样本聚合后，主模型的规模始终相对较小。可见聚合规则对算法的收敛速度起着重要的作用，现阶段 L 形算法的研究方向集中在寻求更为有效的聚合规则上。文献[22]提出使用多余阈值 δ ($0 < \delta < 1$) 的聚合规则，在主模型中，若切割包含最优值的信息相对较少，则切割是多余、无效的，故多个最优切割聚合成一个切割不会丢失最优值的信息，但该算法只适合于迭代次数较多的模型，且只能在初始化样本分类的基础上进行聚合。文献[23]在算法中对聚合个数的上、下限做出限制，避免了聚合向两个极端发展。文献[24]对现有的聚合规则作了总结，通过不同算例验证结果表明动态聚合方法比单切割和多切割算法在计算时间方面有明显的优势。

现有的动态聚合多切割算法均以样本的初始化分类为基础，迭代过程中某些聚合子集不能提供有效最优切割或者聚合样本包含最优信息不平衡时无法对样本重新划分，不是真正意义上的自适应方法。如要实现动态样本分类，则需保存所有样本的历史最优切割信息，对存储空间提出较大要求且合并运行较为繁琐。针对此问题，本文提出一种自适应多切割 L 形算法，除对每个聚合样本集引入相应的辅助变量外，对全体样本引入一个全局辅助变量，前者用于将聚合样本集的最优切割信息反馈给主模型，后者用于样本重新分类时将历史最优切割信息合并后保留在主模型中，此外设置主模型的最大约束条件数上限，超过该上限时对历史最优切割进行合并，保证主模型在充分利用最优切割信息的情况下始终处于较小的规模，减少了单步求解时间。

具体流程如下：

(1) $\alpha = \ell = 0, h(0) = \emptyset$ ，对 K 个样本进行初始化分类 $h(0) = \{S_1, S_2, \dots, S_{l_0}\}$ ， $\forall i \neq j, S_i \cap S_j = \emptyset$ ，相应概率 $p_{S_i} = \sum_{s \in S_i} p_s$ ，设置主模型中约束条件数的上限值 \bar{S} ，其中 $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{l_0}$ 。

(2) $\alpha = \alpha + 1$ ，求解式(28)~式(32)所示的主模型，得到最优解 $(x^\alpha, \theta_1^\alpha, \dots, \theta_{l_\alpha}^\alpha)$ 。

$$\min z = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \sum_{d \in l_\alpha} \theta_d \quad (28)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (29)$$

$$\mathbf{E}_d^t \mathbf{x} + \boldsymbol{\theta}_d \geq \mathbf{e}_d^t \quad t = \ell+1, \dots, v \quad d \in \hbar(\alpha) \quad (30)$$

$$\mathbf{E}^t \mathbf{x} + \boldsymbol{\theta}_M \geq \mathbf{e}^t \quad t = 1, \dots, \ell \quad (31)$$

$$\sum_{d \in \hbar(\alpha)} \boldsymbol{\theta}_d = \boldsymbol{\theta}_M \quad (32)$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

(3) 在 $k=1, \dots, K$ 情况下分别求解式(24)和式(25)所示的次优化模型, π_k^α 为对应于最优解的最优单纯形乘子, 计算 $\sigma_k^\alpha = \pi_k^\alpha (\mathbf{h}_k - \mathbf{T}_k \mathbf{x}^\alpha)$, 根据样本分类情况 $\hbar(\alpha)$ 计算得到 $\sigma_d^\alpha = \sum_{i \in S_d} \sigma_i^\alpha, S_d \in \hbar(\alpha)$, 如

果 $\boldsymbol{\theta}_d \geq \sigma_d^\alpha, \forall d \in \hbar(\alpha)$, 停止计算, 输出最优解 \mathbf{x}^α ; $\boldsymbol{\theta}_d \geq \sigma_d^\alpha, \exists d \in \hbar(\alpha)$, 转步骤(4); $\boldsymbol{\theta}_d < \sigma_d^\alpha, \forall d \in \hbar(\alpha)$, 转步骤(5)。

(4) 分别在 $j = \ell+1, \dots, \alpha-1$ 时, 对 $\hbar(\alpha)$ 分类情况下的历史最优切割合并, 即 $E^j = \sum_{i \in \hbar(j)} E_i^j$ 和 $e^j =$

$\sum_{i \in \hbar(j)} e_i^j$, 得到的全局最优切割添加到式(31)中,

$\ell = \alpha-1$; 重新对样本分类 $\hbar(\alpha) = \{S_1, S_2, \dots, S_{l_\alpha}\}$, 其中样本满足条件 $\{k \in S_d, \boldsymbol{\theta}_d < \sigma_d^\alpha, d \in \hbar(\alpha)\}$ 和 $l_\alpha \leq l_{\alpha-1}$, 并替换式(28)~式(32)的相应变量, 转步骤(5)。

(5) 如果主模型约束条件数 $S \leq \bar{S}$, 返回步骤(1); 否则在 $j = \ell+1$, 合并最优切割 $E^j = \sum_{i \in \hbar(j)} E_i^j$ 和

$e^j = \sum_{i \in \hbar(j)} e_i^j$, 并添加到式(31)中, $\ell = \alpha-1$, 返回步骤(2)。

如步骤(3)中出现 $\boldsymbol{\theta}_d \geq \sigma_d^\alpha, \forall d \in \hbar(\alpha)$ 时, $\hbar(\alpha)$ 包含无效子样本集, 表明当前分类方法已不能最大化提供最优切割信息, 因此, 步骤(4)中首先将 $\hbar(\alpha)$ 分类情况下的历史最优切割合并得到式(31)所示的全局最优切割, 然后对有效样本集重新聚合。重新聚合后的子样本集数量具有如下特点: 当有效样本数 $> l_\alpha > l_{\alpha-1}$ 时, $l_\alpha = l_{\alpha-1}$, 否则 l_α 取最大有效样本数。如果主模型规模超过上限 \bar{S} 时, 步骤(5)中将 ℓ 时段中的最优切割进行合并, 减少了约束条件数量的同时保留了历史最优切割信息。与现有动态多切割 L 形算法相比, 上述算法在迭代过程中实现了动态样本聚合, 保证不丢失历史最优信息和主模型规模较小的同时, 每步迭代中都尽可能得到更多的子模型反馈信息。

把本节所述的自适应多切割 L 形算法代入到

2.2 节算法的步骤②中便得到本文所述的 SAA-自适应 L 形算法, 下节中对不同算例在不同样本数量情况下进行求解, 结果表明了本文算法的有效性。

4 算例分析

本文采用的仿真算例为 3 机、10 机、100 机 24 时段, 硬件平台信息如下: CPU 为酷睿双核, 主频为 2.8GHz, 内存为 2GB, 程序开发环境为 Matlab2010b, 其中采用 CPLEX 12.1 混合整数规划软件包来求解式(27)~式(31)所示的线性模型, 关于将 UC 模型线性模型的步骤可参见文献[16]。单台风机的参数如下: 切入风速 3m/s, 额定风速 13.5m/s, 切出风速 20m/s, 额定功率 1MW, 风速预测值见表 1, 风速预测误差服从正态分布, 风电功率情景通过 Monte Carlo 模拟对风速预测误差进行抽样, 结合风速预测值得到风速情景, 然后根据风速-风电功率转换曲线进行计算得到, q_ξ 为切负荷惩罚费用因子时取 35\$, q_ξ 为弃风补偿费用因子时取 5\$, \bar{S} 随着算例规模和样本数的增加而相应增加。

表 1 风速预测值

Tab.1 Forecast data of wind speed

时段	风速预测值/(m/s)	时段	风速预测值/(m/s)
1	8.58	13	16.87
2	13.03	14	15.21
3	10.78	15	14.77
4	16.01	16	15.74
5	16.14	17	12.29
6	16.94	18	11.97
7	17.12	19	11.36
8	17.33	20	12.01
9	16.01	21	11.30
10	14.37	22	11.48
11	14.09	23	12.09
12	14.97	24	14.62

4.1 3 机系统

机组参数参见文献[25], 风机数量为 50 台, 表 2 为分别采用单切割、多切割和自适应多切割 L 形算法在不同抽样样本数 K 情况下求解 SAA 模型所需的迭代次数和计算时间。由表 2 可见, 多切割算法和本文算法随着样本数的增加迭代次数变化不大, 这是因为两种算法每次迭代都可以从子模型得到足够最优切割信息, 而单切割算法单次迭代只能形成一个最优切割, 所以迭代次数随着样本数的增

加而增加。从计算时间上看,由于多切割算法中主模型规模随着样本数的增加呈线性增加,相应的单步 MIP 方法求解 UC 线性模型所需时间增加,即使迭代次数变化不大,但总的时间增加明显,单切割算法主模型单步迭代只增加一个约束,本文算法约束条件数量存在上限,使得总时间增加少于多切割算法。本文算法的计算时间在三种算法中始终最小,迭代次数则介于其他两种算法之间,这与动态多切割算法的初衷相符合,表明了本文算法在迭代次数和时间方面的优势,实现了真正意义上的自适应。

表 2 三种算法比较

Tab.2 Comparison of three algorithms

		样本数 N				
		200	400	600	800	1 000
单切割	迭代次数	126	138	149	169	185
多切割	迭代次数	15	15	16	15	16
本文算法	迭代次数	34	47	53	56	61
单切割	时间/s	21.2	30.8	42.6	55.1	68.2
多切割	时间/s	26.0	74.7	130.3	139.3	166.9
本文算法	时间/s	29.5	30.7	43.8	38.1	46.8

图 1 所示为单切割、多切割 L 形算法和本文算法在样本数为 1 000 时的收敛曲线。本文算法的收敛曲线基本介于其他算法之间,且具有良好的收敛性。

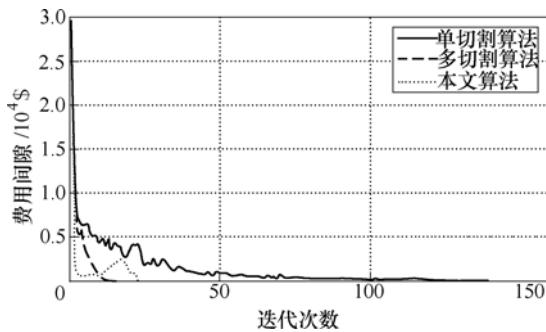


图 1 三种算法的收敛曲线

Fig.1 The convergence curves of three algorithms

采用 SAA-自适应多切割 L 形算法在不同样本数情况下求解 3 机系统得到的结果见表 3, 其中 $M=10$, $N'=1 000$ 。随着样本数量的增加, 最优费用间隙和方差均呈减小趋势, 验证了解质量随着抽样样本数的增加而提高, 表明 SAA 理论具有较高的实用性。

表 3 SAA-自适应多切割 L 形算法计算结果

Tab.3 The results of SAA-adaptive multi-cut algorithm

样本数	最优费用/\$	下限	上限	间隙	方差
200	67 805	67 779	67 976	197.0	3 769.1
400	67 817	67 810	67 898	88.1	3 671.2
600	67 773	67 806	67 884	78.6	3 329.0
800	67 790	67 770	67 828	57.9	3 298.5
1 000	67 789	67 808	67 862	54.0	3 259.7

将各时段的负荷与相应的火电机组出力之和的差称为有功缺额,并与该时段的风电功率预测值相比得到如图 2 所示的曲线。大部分时段的风电功率预测值均大于有功缺额,这是由于切负荷惩罚费用大于弃风惩罚费用导致的,也与实际电力系统运行将安全稳定运行放在首要地位相符。

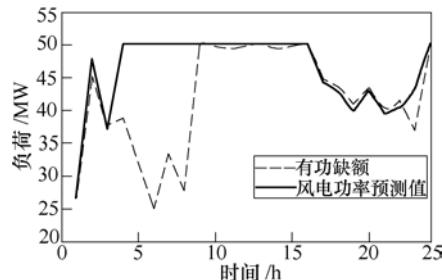


图 2 风电预测功率与有功缺额比较

Fig.2 The comparison of wind power forecast and active power gap

4.2 10 机系统

采用 SAA-自适应多切割 L 形算法求解 10 机算例得到的结果见表 4, 其中, 10 机算例的具体参数可参见文献[26], 风机数为 100 台, 风速预测值取表 1 数据, 取 $M=10$, $N'=1 000$ 。可见, 计算结果呈现的变化趋势与 3 机系统相仿。在风电样本数为 1 000 时, 三种算法的收敛曲线如图 3 所示, 从计算时间上看, 本文算法消耗时间为 660s, 远小于单切割算法的 1 030s 和多切割算法的 1 663s。

表 4 SAA-自适应多切割 L 形算法计算结果

Tab.4 The results of SAA-adaptive multi-cut algorithm

样本数	最优费用/\$	下限	上限	间隙	方差
1 000	545 724	545 831	546 283	1 731.4	30 942
2 000	546 063	545 876	547 281	1 451.6	24 707
3 000	545 633	545 623	547 278	1 405.5	19 845

4.3 50/100 机系统

将 10 机算例的机组数量分别扩展 5 倍和 10 倍, 将负荷和风机数量也增加相应倍数后, 分别得到 50 机 24 时段和 100 机 24 时段算例。风速预测值取表

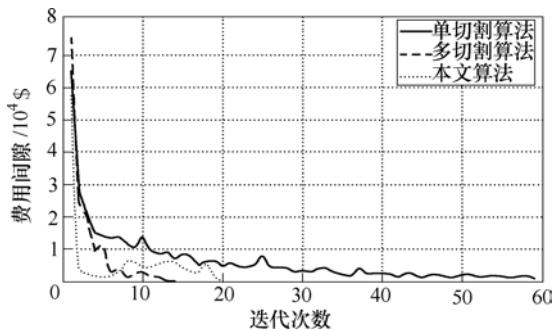


图 3 三种算法的收敛曲线

Fig.3 The convergence curves of three algorithms

1 数据, $M=10$, $N'=1000$ 。在不同风电功率情景情况下, 采用 SAA-自适应多切割 L 形算法对上述两个算例进行计算, 结果见表 5。100 机算例在风电功率样本为 1000 时的, 三种算法收敛曲线如图 4 所示。

表 5 SAA-自适应多切割 L 形算法计算结果

Tab.5 The results of SAA-adaptive multi-cut algorithm

机组数	样本数	最优费用/\$	下限	上限	间隙	方差
	1 000	2 725 579	2 726 120	2 737 105	10 985	793 550
50	2 000	2 724 830	2 724 060	2 732 618	8 558	767 675
	3 000	272 996	2 725 775	2 733 803	8 028	716 125
	1 000	5 418 094	5 418 447	5 440 326	21 879	3.7×10^6
100	2 000	5 419 883	5 419 065	5 439 081	20 016	3.6×10^6
	3 000	5 419 925	5 419 811	5 439 782	19 971	2.6×10^6

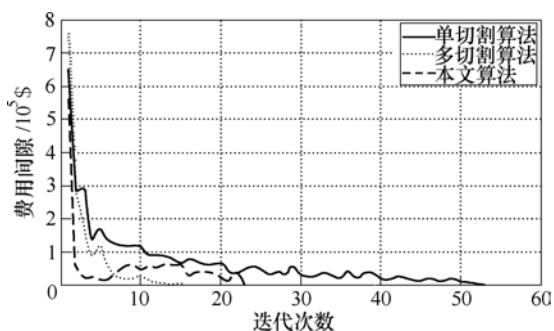


图 4 三种算法的收敛曲线

Fig.4 The convergence curves of three algorithms

5 结论

文中建立一种含风电场的机组组合二阶段随机规划模型, 同时考虑了由于风电不确定性引起的切负荷惩罚费用期望值, 结合 SAA 理论和 L 形算法提出一种 SAA-自适应多切割 L 形算法, 与现有二阶段模型算法相比在收敛性和计算时间方面有着明显的优势。通过利用 SAA-自适应多切割 L 形算法对 3 机、10 机、50 机和 100 机算例在不同抽样样本

数量情况下求解分析, 表明二阶段 UC 模型可以有效地处理风电带来的随机因素, 为求解机含风电场机组组合问题提供了一种新的思路。

参考文献

- [1] 杨秀媛, 肖洋, 陈树勇. 风电场风速和发电功率预测研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(11): 1-5.
Yang Xiuyuan, Xiao Yang, Chen Shuyong. Wind speed and generated power forecasting in wind farm[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(11): 1-5.
- [2] 葛晓琳, 张粒子. 考虑调峰约束的风水火随机机组组合问题[J]. 电工技术学报, 2014, 29(10): 222-230.
Ge Xiaolin, Zhang Lizi. Wind-hydro-thermal stochastic unit commitment problem considering the peak regulation constraints[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(10): 222-230.
- [3] 徐帆, 刘军, 张涛. 考虑抽水蓄能机组的机组组合模型及求解[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(12): 36-40.
Xu Fan, Liu Jun, Zhang Tao. Unit commitment problem with pumped-storage units[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(12): 36-40.
- [4] 盛四清, 孙晓霞. 考虑节能减排和不确定因素的含风电场机组组合优化[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(17): 54-59.
Sheng Siqing, Sun Xiaoxia. Unit commitment optimization containing wind farm considering energy saving, emission reducing and uncertainties[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(17): 54-59.
- [5] 杨林峰, 简金宝, 韩道兰. 机组组合问题的超立方锥松弛模型及其求解方法[J]. 电工技术学报, 2013, 28(7): 252-261.
Yang Linfeng, Jian Jinbao, Han Daolan. A hypercube cone relaxation model and solution for unit commitment[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(7): 252-261.
- [6] Feng Y, Ryan S M. Scenario reduction for stochastic unit commitment with wind penetration[C]//PES General Meeting, National Harbor, MD, 2014: 1-5.
- [7] Pozo D, Contreras J. A chance-constrained unit commitment with an n-k security criterion and significant wind generation[J]. IEEE Transactions on Power System, 2013, 28(3): 2842-2851.

- [8] 汪春, 吴可, 张祥文. 规模化电动汽车和风电协同调度的机组组合问题研究[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(11): 41-48.
Wang Chun, Wu Ke, Zhang Xiangwen. Unit commitment considering coordinated dispatch of large scale electric vehicles and wind power generation[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(11): 41-48.
- [9] 吴小珊, 张步涵, 袁小明. 求解含风电场的电力系统机组组合问题的改进量子离散粒子群优化方法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(4): 45-52.
Wu Xiaoshan, Zhang Buhan, Yuan Xiaomin. Solutions to unit commitment problems in power systems with wind farms using advanced quantum-inspired binary PSO[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(4): 45-52.
- [10] 孙东磊, 韩学山, 杨金洪. 计及电压调节效应的电力系统机组组合[J]. 电工技术学报, 2016, 31(5): 107-117.
Sun Donglei, Han Xueshan, Yang Jinhong. Power system unit commitment considering voltage regulation effect[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(5): 107-117.
- [11] 艾小猛, 韩杏宁, 文劲宇. 考虑风电爬坡事件的鲁棒机组组合[J]. 电工技术学报, 2015, 30(24): 188-195.
Ai Xiaomeng, Han Xingning, Wen Jinyu. Robust unit commitment considering wind power ramp events[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(24): 188-195.
- [12] 叶荣, 陈皓勇, 王钢. 多风电场并网时安全约束机组组合的混合整数规划解法[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(5): 29-33.
Ye Rong, Chen Haoyong, Wang Gang. A mixed integer programming method for security-constrained unit commitment with multiple wind farms[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(5): 29-33.
- [13] Xiong Peng, Jirutitijaroen P. Convergence acceleration techniques for the stochastic unit commitment problem[C]//2010 IEEE 11th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, Singapore, 2010: 364-371.
- [14] Wang Qianfan, Guan Yongpei, Wang Jianhui. A chance-constrained two-stage stochastic program for unit commitment with uncertain wind power output[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(1): 206-215.
- [15] 张宁宇, 高山, 赵欣. 一种考虑风电随机性的机组组合模型及其算法[J]. 电工技术学报, 2013, 28(5): 22-29.
Zhang Ningyu, Gao Shan, Zhao Xin. An unit commitment model and algorithm with randomness of wind power[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(5): 22-29.
- [16] Yong Fu, Shahidehpour M. Security-constrained unit commitment with AC constraints[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(3): 1538-1550.
- [17] Pagnoncelli B K, Ahmed S, Shapiro A. Sample average approximation method for chance constrained programming: theory and applications[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2009, 142(2): 399-416.
- [18] Kleywegt A J, Shapiro A, Mello T H D. The sample average approximation method for stochastic discrete optimization[J]. SIAM Journal of Optimization, 2002, 12(2): 479-502.
- [19] Ahmed S, Shapiro A. The sample average approximation method for stochastic programs with integer recourse[J]. SIAM Journal of Optimization, 2002: 1-23.
- [20] Mark W K, Morton D P, Wood R K. Monte Carlo bounding techniques for determining solution quality in stochastic programs[J]. Operations Research Letters, 1999, 24(1-2): 47-56.
- [21] Glynn P, Robinson S. Introduction to stochastic programming[M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [22] Kall P, Wallace S W. Stochastic programming[M]. Chichester: John Wiley&Sons, 1994.
- [23] Birge J. Aggregation bounds in stochastic linear programming[J]. Mathematical Programming, 1985, 31(1): 25-41.
- [24] Trukhanov S, Ntiamo L. Adaptive multicut aggregation for two-stage stochastic linear programs[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 206(2): 395-406.
- [25] Carrion M, Arroyo J M. A computationally efficient

(下转第 188 页)